Academic Research in Educational Sciences VOLUME 2 | ISSUE 11 | 2021
ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
Directory Indexing of International Research Journals-CiteFactor 2020-21: 0.89
DOI: 10.24412/2181-1385-2021-11-786-790

KRITIK NUQTAGA EGA AYLANA GEOMORFIZMLARNING ERGODIKLIGI

Umida Ziyadullayevna Raximova
Samardand iqtisodiyot va servis instituti assistenti
umida_raximova1712@mail.ru

ANNOTATSIYA

Ushbu maqolada bitta kritik nuqtaga ega aylana gomeomorfizmlarining Lebeg o'lchoviga nisbatan ergodikligini aniqlashda kerakli ta'rif va tushunchalar yordamida bitta kritik nuqtaga ega aylana gomeomorfizmlarining Lebeg o'lchoviga nisbatan ergodikligi haqidagi asosiy teorimani yoritish ko'zda tutilgan.

Kalit so'zlar: kritik nuqta, gomeomorfizm, qat'iy monoton o'suvchi, burish soni, ehtimollik o'lchovi, Borel σ-algebra, Lebeg o'lchovi, ergodik.

ABSTRACT

This paper seeks to shed light on the basic theorem on the ergodicity of single-point circle homomorphisms relative to the Lebeg scale, using the necessary definitions and concepts to determine the ergodicity of single-point circle homomorphisms relative to the Lebeg measure.

Keywords: critical point, homeomorphism, strictly monotonous growth, number of turns, probability measure, Borel σ-algebra, Lebeg measure, ergodic.

KIRISH

Tabiat va jamiyatni kuzatish natijasida har xil hodisalarga duch kelishimiz mumkin. Biz bu hodisalarni o'rganib, ularning qonunlarini aniqlab kundalik turmushimizda foydalanamiz.

Tajriba natijasida hodisalarning ba'zilarini "ro'y berishi aniq", ba'zilarini "ro'y bermasligi aniq", ba'zilari esa "ro'y berishi ham, ro'y bermasligi ham mumkin".

A hodisaning ehtimoli deb, shu hodisaning ro'y berishiga sharoit yaratuvchi hodisalar sonini hamma mumkin bo'lgan elementar hodisalar soniga nisbatiga aytiladi va qo'yidagicha belgilanadi:

$$P(A) = \frac{k}{n}$$

ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
Directory Indexing of International Research Journals-CiteFactor 2020-21: 0.89
DOI: 10.24412/2181-1385-2021-11-786-790

bu yerda k - A hodisaning ro'y berishiga sharoit yaratuvchi hodisalar soni, n - hamma mumkin bo'lgan elementar hodisalar soni. Bu ta'rifdan quyidagi xossalar kelib chiqadi:

1-xossa._Ishonchli xodisaning ehtimoli birga teng:

$$P(U)=1.$$

Haqiqatan ham, agar hodisa ishonchli bo'lsa, u har bir sinashda albatta ro'y beradi, ya'ni sinashlar soni bilan ro'y berishlar soni teng $(n=k)$ bo'ladi. Hamma ishonchli hodisalarni U bilan belgilaymiz. U holda

$$P(U)=\frac{k}{n}=\frac{n}{n}=1.$$

2-xossa. Ishonchsiz hodisaning ehtimoli nolga teng:

$$P(\mathrm{V})=0.$$

Haqiqatdan, agar hodisa ishonchsiz bo'lsa, u hyech bir sinashda ro'y bermaydi, ya'ni sharoit yaratuvchi hodisalar soni $k=0$ bo'ladi. Agar ishonchsiz hodisalarni V bilan belgilasak, u holda

$$P(V)=\frac{k}{n}=\frac{0}{n}=0.$$

3-xossa._Tasodifiy hodisaning ehtimoli nol va bir oralig'idagi songa teng:

$$0<P(A)<1.$$

Haqiqatdan, agar hodisa tasodifiy bo'lsa, uning ro'y berishiga hamma elementar hodisalardan faqat bir qismi sharoit yaratadi, ya'ni $0<k<n$ bo'ladi. Bu ikkilangan tengsizlikni n ga bo'lsak,

$$\frac{0}{n}<\frac{k}{n}<\frac{n}{n} \quad \text{yoki} \quad 0<\frac{k}{n}<1.$$

Ta'rifga asosan k/n hodisani ro'y berish ehtimoli, demak

$$0<P(A)<1.$$

Shunday qilib, hodisaning ehtimoli quyidagi ikkilangan tengsizlikni qanoatlantiradi:

$$0\le P(A)\le 1.$$

Demak, agar hodisaning ehtimoli nolga teng bo'lsa, hodisa ishonchsiz, agar birga teng bo'lsa, hodisa ishonchli, agar nol bilan bir oralig'ida bo'lsa, tasodifiy bo'ladi. Agar tasodifiy hodisaning ehtimoli nolga yaqin bo'lsa, hodisa juda ham kam ro'y beradi, agar birga yaqin bo'lsa hodisa tez-tez ro'y beradi. Shunday qilib, hodisaning ehtimoli uning ro'y berish darajasini ko'rsatadi. Bunday aniqlangan

ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
Directory Indexing of International Research Journals-CiteFactor 2020-21: 0.89
DOI: 10.24412/2181-1385-2021-11-786-790

$(S^1, B(S^1), \mu)$ uchlik ehtimolliklar fazosi(yoki diskret ehtimolliklar fazosi) deyiladi[1].

ADABIYOTLAR TAHLILI VA METODOLOGIYASI

Ushbu ishda Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika asosiy elementlari bo'lgan ehtimol va uning xossalari, ehtimollik fazosidan foydalanilgan[1]. Kornfeld I.P. , Sinay Ya. G., Fomin S.V. Ergodicheskaya teoriya.-M: Nauka, 1980 da berilgan o'lchovlarga nisbatan ergodikligi haqidagi tushunchalar va teoremalar keltirilgan. Graczyk J., Swiatek G. Sungular Measures in Circle Dynamics. Commun. Math.phys.-1993 va Pommeau Y., Manneville P. Intermittent transition to turbulence in dis- sipative dynamical systems//J.Comm.Math.Phus.-1980.-№74(2).-P.189-197. lardada aylana gomeomorfizmlari to'liq bayon qilingan.

Birlik aylana sifatida $S^1 = [0,1)$ yarim ochiq intervalni olamiz. Bu yerda 0 va 1 nuqtalar bitta nuqta sifatida qaraladi. Aylanada 0 dan 1 ga tomon yo'nalishni musbat yo'nalish deb qabul qilamiz.musbat yo'nalishdan foydalanib, aylanada "$<$" tartibni quyidagicha kiritish mumkin. Aylanada bir-biri bilan ustma-ust tushmaydigan ixtiyoriy uchta x,y,z nuqtalarni qaraylik. Bu nuqtalardan birortasini masalan, x nuqtani fiksirlab, bu nuqtadan musbat yo'nalish tomon harakatlansak va agar birinchi bo'lib z nuqtani uchratsak, u holda $x < z$ deb yozamiz. Agar z nuqtadan musbat yunalish bo'yicha harakatni davom ettirsak va y nuqtani uchratsak, u holda $x < y < z$ bo'ladi. Ta'rifdan ko'rinib turibdiki, biz bu holni $z < y < x$ yoki $y < x < z$ ko'rinishda ham yozish mumkin[2].

MUHOKAMA VA NATIJALAR

Ushbu ilmiy maqolada bitta kritik nuqtaga ega aylana gomeomorfizmlarining Lebeg o'lchoviga nisbatan ergodikligi o'rganiladi.

1- ta'rif. $f: S^1 \to S^1$ akslantirish gomeomorfizm deyiladi, agar

1. $f(x)$ –o'zaro bir qiymatli akslantirish;
2. $f(x)$, $f^{-1}(x)$ akslantirishlar S^1 da uzluksiz bo'sa.

2-ta'rif. $f: S^1 \to S^1$ akslantirish gomeomorfizm yo'nalishni saqlovchi deyiladi, agar $\forall x, y, z \in S^1$, $x < y < z$ uchun $f(x) < f(y) < f(z)$ bo'lsa.

Har qanday yo'nalishni saqlovchi f aylana gomeomorfizmni quyidagicha yozish mumkin:

ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
Directory Indexing of International Research Journals-CiteFactor 2020-21: 0.89
DOI: 10.24412/2181-1385-2021-11-786-790

$f(x) = \{F(x)\}, x \in S^1$

Bu yerda $\{\cdot\}$- sonning kasr qismi va $F(x)$-uzluksiz, qat'iy monoton o'suvchi funksiya bo'lib, $\forall x \in R^1$ uchun $F(x+1) = F(x) + 1$ shartni qanoatlantiruvchi $F(x)$ funksiya f, gomeomorfizmning aniqlovchi funksiyasi deyiladi.

$F(x)$ aniqlovchi funksiyalardan $F(0) \in [0,1)$ boshlang'ich shartni qanoatlantiradigan qilib olamiz.

Puankarening klassik teoremasiga ko'ra $\forall x_0 \in R^1$ nuqta uchun

$$\lim_{n\to\infty} \frac{F^n(x)}{n} = \rho_f$$

Limit manjud va x nuqtaning tanlanishidan bog'liq emas. Shuningdek $\rho_f \in [0,1)$. ρ_f songa f gomeomorfizmning burish soni deyiladi[3].

Ushbu $(S^1, B(S^1), \mu)$ ehtimillik fazosi berilgan bo'lsin. Bunda $B(S^1) - S^1$ da Borel σ-algebra bo'lib, μ unda aniqlangan ehtimollik o'lchovidir.

3-ta'rif. $A \in B(S^1)$ to'plam $f: S^1 \to S^1$ gomeomorfizmga nisbatan invariant deyiladi, agar

$A = f^{-1}(A)$

tenglik o'rinli bo'lsa.

4-ta'tif. $f: S^1 \to S^1$ gomeomorfizm μ o'lchovga nisbatan ergodik deyiladi, agar $A \in B(S^1)$ invariant to'plam uchun

$\mu(A) = 0$ yoki $\mu(A) = 1$

Endi ushbu ishning asosiy natijasi bo'lgan quyidagi teoremani keltiramiz.

Teorema. $f: S^1 \to S^1$ yo'nalishni saqlovchi aylana gomeomorfizm bo'lib, $F(x)$ ning aniqlovchi funksiyasi bo'lsin. Faraz qilaylik, f gomeomorfizm quyidagi shartlarni qanoatlanritsin:

1. Burish soni ρ_f irrotsional;
2. $F(x)$ aniqlovchi funksiya $2l+1,\ l \geq 1$ tartibli bitta kritik nuqtaga ega, ya'ni shunday $x_{cr} \in S^1$ nuqta mavjud bo'lib,

$F^{`}(x_{cr}) = F^{``}(x_{cr}) = \cdots = F^{(2l)}(x_{cr}) = 0$ va $F^{(2l+1)}(x_{cr}) \neq 0$;

3. x_{cr} kritik nuqtaning $\cup_\omega(x_{cr})$- ω atrofida $F \in C^{2l+1} \in (\cup_\omega(x_{cr}))$, $l \geq 1$ va $F \in C^2(S^1/\cup_\omega(x_{cr}))$

U holda f gomeomorfizm S^1 da Lebeg o'lchovi l ga nisbatan ergodik bo'ladi.

ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
Directory Indexing of International Research Journals-CiteFactor 2020-21: 0.89
DOI: 10.24412/2181-1385-2021-11-786-790

XULOSA

Ushbu ilmiy maqolada f gomeomorfizm S^1 da Lebeg o'lchovi l ga nisbatan ergodiligi shartlari keltirilgan. Ta'kidlab o'tamizki, $C^3(S^1)$ sinifga tegishli bir nechta kritik nuqtaga ega va chegaralangan tipli errotsional burish soniga ega bolgan aylana gomeomorfizmning Lebeg o'lchoviga nisbatan ergodik bo'lishi Graczyk J. va Swiatek G. lar tomonida isbotlangan.

REFERENCES

1. A.A.Abdushukurov. Ehtimollar nazariyasi‖ va matematik statistika.
2. Kornfeld I.P. , Sinay Ya. G., Fomin S.V. Ergodicheskaya teoriya.-M: Nauka, 1980
3. Graczyk J., Swiatek G. Sungular Measures in Circle Dynamics.Commun. Math.phys.-1993
4. Pommeau Y., Manneville P. Intermittent transition to turbulence in dis- sipative dynamical systems//J.Comm.Math.Phus.-1980.-№74(2).-P.189-197.
5. Ignatov A.M. Trivelpiece-Gould modes in a corrugated plasma slab// J.Phys. Rev.E.-95.-№51(2).-P.1391-1399.
6. De la Llave R., Petrov N. Theory of circle maps and the problem of one dimensional optical resonator with a periodically moving wall//J.Phus. Rev.E.-1999.-№59(6).-P. 6637-6651.
7. Bohr T., Bak P., Jensen M.H. Transition to chaos by interaction of resonances in dissipative system II//J.Josephon Junctions.Charge-Density Waves. Standar Maps.Phys. Rev.A.-1984.-№30(4).-P.1570-1981.
8. Moser J., Poschel J. An extension of a result by Dinaburg and Sinai on quasiperiodic potentials// J.Comment.Math.Helv.-1984.-№59(1).-P.39-85.
9. Glass L. Cardiac arrhythmias and circle maps a classical problem//J.Internat. Bifur Chaos.Appl.Sci.Engrg.-1995.-№ 5.-P.359-371.