

BA'ZI INTERVAL AKSLANTIRISHLARNING INVARIANT EHTIMOLLIK O'LCHOVLARI

Umida Ziyadullayevna Raximova

Samardand iqtisodiyot va servis instituti assistenti

umida_raximova1712@mail.ru

ANNOTATSIYA

Ushbu ishda ba'zi interval akslantirishlari uchun ularning invariant o'lchovlariga doir ta'rif va tushuncha yordamida asosiy teoremlar o'rganiladi. Ishda (X, F, μ) ehtimollik fazosida aniqlangan $f: X \rightarrow X$ akslantirish berilgan. f akslantirishning davriy nuqtalari uchun asosiy teoremlar keltirilgan.

Kalit so'zlar: qo'zg'almas nuqta, traektoriya, ehtimollik o'lchovi, invariant, davriy nuqta, σ - algebra.

ABSTRACT

In this paper, the basic theorems are studied using definitions and concepts of their invariant measurements to reflect some intervals. In the study, (X, F, μ) the reflected reflection in the probability space is $f: X \rightarrow X$ given. the basic theorems for the periodic points of reflection are given.

Keywords: fixed point, trajectory, probability measure, invariant, periodic point, σ algebra.

KIRISH

A hodisaning ehtimoli deb, shu hodisaning ro'y berishiga sharoit yaratuvchi hodisalar sonini hamma mumkin bo'lgan elementar hodisalar soniga nisbatiga aytiladi va qo'yidagicha belgilanadi:

$$P(A) = \frac{k}{n}$$

bu yerda k - A hodisaning ro'y berishiga sharoit yaratuvchi hodisalar soni, n - hamma mumkin bo'lgan elementar hodisalar soni. Bunday aniqlangan $(S^1, B(S^1), \mu)$ uchlik ehtimolliklar fazosi (yoki diskret ehtimolliklar fazosi) deyiladi [1].

Ba'zi $f: [a, b] \rightarrow [a, b]$ akslantirish berilgan bo'lsin.

1-tarif. $x_0 \in [a, b]$ nuqta $f(x)$ akslantirishning qo'zg'almas nuqtasi deyiladi, agar $f(x_0) = x_0$ bo'lsa.

2-tarif. $x_0 \in [a, b]$ nuqta $f(x)$ akslantirishning n- davriy qo'zg'almas nuqtasi deyiladi, agar $f^{(n)}(x_0) = x_0$ bo'lsa.

3-tarif. $x_0 \in [a, b]$ nuqta $f(x)$ akslantirishga nisbatan traektoriyasi deb,

$$x_0, x_1 = f(x_0), x_2 = f^{(2)}(x_0), \dots, x_n = f^{(n)}(x_0)$$

nuqtalar ketma-ketligiga aytiladi.

4-tarif. $f(x)$ akslantirishga nisbatan $x_0 \in [a, b]$ nuqtaning n- davrli davriy traektoriyasi deb,

$$x_0, f(x_0), f^{(2)}(x_0), \dots, f^{(n)}(x_0), x_0, f(x_0), f^{(2)}(x_0), \dots, f^{(n)}(x_0), \dots$$

nuqtalar ketma-ketligiga aytiladi.

Bizga (X, F, μ) ehtimollik fazosi va $f: X \rightarrow X$ akslantirish berilgan bo'lsin.

5-tarif. μ ehtimollik o'lchovi $f(x)$ akslantirishga nisbatan invariant deyiladi, agar

$\forall A \in F$ uchun

$$\mu(A) = \mu(f(A))$$

tenglik o'rinli bo'lsa.

ADABIYOTLAR TAHLILI VA METODOLOGIYA

Ushbu ishda Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika asosiy elementlari bo'lgan ehtimol va uning xossalari, ehtimollik fazosidan foydalanilgan[1]. Kornfeld I.P., Sinay Ya. G., Fomin S.V. Ergodicheskaya teoriya.-M: Nauka, 1980 da berilgan o'lchovlarga nisbatan ergodikligi haqidagi tushunchalar va teoremlar keltirilgan. Graczyk J., Swiatek G. Singular Measures in Circle Dynamics. Commun. Math.phys.-1993 va Pommeau Y., Manneville P. Intermittent transition to turbulence in dissipative dynamical systems//J.Comm.Math.Phys.-1980.-№74(2).-P.189-197. lardada aylana gomeomorfizmlari to'liq bayon qilingan.

Endi $X = [0; 1]$ deb olib, uni o'zini-o'ziga o'tkazuvchi $f(x) = \{mx\}, x \in [0; 1]$ akslantirishni qaraymiz. Dastlab, $[0; 1]$ kesmada belgilashlar dinamikasini qaraymiz. Buning uchun $[0; 1]$ dan ixtiyoriy x nuqta olamiz va $[0; 1]$ kesmani teng uzunlikdagi m ta $I_i = \left[\frac{i}{m}; \frac{i+1}{m} \right), i = \overline{0, m-1}$ ko'rinishdagi intervallarga bo'lamiz. Ma'lumki, x nuqta I_i intervallarning birortasida yotadi. x nuqtani o'z ichiga olgan intervalni

$I_{\varepsilon_1} = \left[\frac{\varepsilon_1}{m}; \frac{\varepsilon_1+1}{m} \right)$ orqali belgilaymiz va x nuqta uchun $x \rightarrow 0, \varepsilon_1$ moslikni o'rnatamiz.

Bu yerda $\varepsilon_1 = 0 \forall 1 \forall 2 \forall \dots \forall m - 1$.

Endi I_{ε_1} intervalni m ta ta $I_j = \left[\frac{j}{m^2}; \frac{j+1}{m^2} \right)$, $j = \overline{0, m-1}$ intervallarga bo'lamiz.

Huddi yuqoridagidik, x nuqta I_i intervallarning birortasida yotadi. x nuqtani o'z

ichiga olgan intervalni $I_{\varepsilon_1 \varepsilon_2} = \left[\frac{\varepsilon_2}{m^2}; \frac{\varepsilon_2+1}{m^2} \right)$ orqali belgilaymiz va x nuqta uchun

$x \rightarrow 0, \varepsilon_1 \varepsilon_2$ moslikni o'rnatamiz. Bu yerda $\varepsilon_2 = 0 \forall 1 \forall 2 \forall \dots \forall m - 1$.

Bu protsessni ketma-ket davom ettirib, $x \rightarrow 0, \varepsilon_1, \varepsilon_2 \dots \varepsilon_n \dots$ moslikka ega bo'lamiz.

Bu yerda $\varepsilon_n = 0 \forall 1 \forall 2 \forall \dots \forall m - 1$ $n = 1, 2, \dots$

Demak har qanday songa $(\varepsilon_1, \varepsilon_2 \dots \varepsilon_n \dots)$ ko'rinishdagi so'zni mos qo'yish mumkin ekan. Bundan ko'rinadiki, $x \leftrightarrow (\varepsilon_1, \varepsilon_2 \dots \varepsilon_n \dots)$ bo'lsa,

$$f(x) \leftrightarrow (\varepsilon_1, \varepsilon_2 \dots \varepsilon_n \dots)$$

bo'ladi.

Endi $f(x) = \{mx\}$, $x \in [0; 1]$ akslantirishning davriy nuqtasini topamiz.

Dastlab, $x \in [0; 1]$ nuqtani olamiz. Yuqorida ko'rinadiki, har qanday $x \in [0; 1]$ sonni ko'rinishda tasvirlash mumkin. f akslantirishning i - davrli davriy nuqtalari

$f^{(1)}(x) = x$ tenglamaning yechimlaridan iborat bo'ladi.

MUHOKAMA VA NATIJALAR

f akslantirishning davriy nuqtalari uchun quyidagi teorema o'rinli.

1-teorema. A_k to'plam f akslantirishning k davrli davriy nuqtalar to'plami bo'lsa, u holda bu to'plam quyidagi ko'rinishga ega:

$$A_i = \left\{ \frac{\varepsilon_1 m^{k-1} + \varepsilon_2 m^{k-2} + \dots + \varepsilon_{k-1} m + \varepsilon_k}{m^i - 1} \right\}, \varepsilon_j = \overline{0, m-1}, j = \overline{1, k}, k = 1, 2, \dots$$

Endi $f(x) = \{mx\}$, $x \in [0; 1]$ akslantirishning davriy nuqtalaridan hosil qilingan

traektoriyalardan foydalanib, f ga nisbatan invariant ehtimollik taqsimotini quramiz.

Tushunarliki, f ning k ga davri har bir nuqtasi k davrli davriy traektoriya hosil qiladi, ya'ni $a \in A_k$ ixtiyoriy element bo'lsa, u holda

$$a, f(a), f^2(a), \dots, f^{k-1}(a), a, f(a), f^2(a), \dots$$

Bo'ladi. Bu yerdan $f^i(x)$, $i = \overline{1, k-1}$ nuqtalarni har biri k davrli davriy traektoriya hosil qilib, bu traektoriya elementlari A_k to'plam elementlaridan iborat bo'ladi.

Dastlab A_k to'plam usulida μ_k ehtimollik taqsimotini aniqlaymiz. A_k to'plam elementlarini $x_1, x_2, \dots, x_{m^k-1}$ bilan belgilab olamiz va μ_k o'lchovini quyidagicha aniqlaymiz:

$$\mu_k(\{x_1\}) = \frac{1}{m^k-1}, i = \overline{1, m^k-1}, k = 1, 2, \dots$$

Boshqacha aytganda A_k to'plam elementlari teng imkoniyatli. Agar $[0; 1]$ kesmaning qism to'plamlar sistemasidan iborat F σ - algebra berilgan bo'lsa, u holda bu σ -algebrada μ_k o'lchovini quyidagicha aniqlaymiz:

$$\mu_k(A) = \sum_{x_i: A_k \cap A} \mu_k(x_i).$$

quyidagi teorema o'rinli.

2-teorema. Har bir $k \in N$ va μ_k o'lchov f ga nisbatan invariant ehtimollik o'lchovidir.

XULOSA

Maskur ishda ba'zi interval akslantirishlari uchun ularning invariant o'lchovlarini o'rganivchi ikki asosiy teorema keltirilgan. Birinch teoremada A_k to'plam f akslantirishning k davirli davriy nuqtalar to'plami bo'lsa, u holda bu to'plam quyidagi ko'rinishga ega:

$$A_i = \left\{ \frac{\varepsilon_1 m^{k-1} + \varepsilon_2 m^{k-2} + \dots + \varepsilon_{k-1} m + \varepsilon_k}{m^i - 1} \right\}, \varepsilon_j = \overline{0, m-1}, j = \overline{1, k}, k = 1, 2, \dots \text{ kabi xulosalar qilingan.}$$

Endi $f(x) = \{mx\}, x \in [0; 1]$ akslantirishning davriy nuqtalaridan hosil qilingan traektoriyalardan foydalanib, f ga nisbatan invariant ehtimollik taqsimotini quramiz. Tushunarliki, f ning k ga davri har bir nuqtasi k davrli davriy traektoriya hosil qiladi, ya'ni $a \in A_k$ ixtiyoriy element bo'lsa, u holda

$$a, f(a), f^2(a), \dots, f^{k-1}(a), a, f(a), f^2(a), \dots$$

bo'ladi. Bu yerdan $f^i(x), i = \overline{1, k-1}$ nuqtalarni har biri k davrli davriy traektoriya hosil qilib, bu traektoriya elementlari A_k to'plam elementlaridan iborat bo'ladi. Dastlab A_k to'plam usulida μ_k ehtimollik taqsimotini aniqlaymiz. A_k to'plam elementlarini $x_1, x_2, \dots, x_{m^k-1}$ bilan belgilab olamiz va μ_k o'lchovini quyidagicha aniqlaymiz:

$$\mu_k(\{x_1\}) = \frac{1}{m^k-1}, i = \overline{1, m^k-1}, k = 1, 2, \dots$$

Boshqacha aytganda A_k to'plam elementlari teng imkoniyatli. Agar $[0;1]$ kesmaning qism to'plamlar sistemasidan iborat F σ - algebra berilgan bo'lsa, u holda bu σ - algebra μ_k o'lchovini quyidagicha aniqlaymiz:

$$\mu_k(A) = \sum_{x_i: A_k \cap A} \mu_k(x_i).$$

quyidagi teorema o'rinli.

2-teoremada har bir $k \in N$ va μ_k o'lchov f ga nisbatan invariant ehtimollik o'lchovidir degan xulosaga kelingan.

REFERENCES

1. A.A.Abdushukurov. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika.
2. L.A.Bunimovich and A.Yurchenko. Where to place a hole to achieve a maximal escape rate.
3. A.H. Sharkovskiy, S.F.Kolyada, A.G.Sivak. "Dinamika odnomernix otobrajeniy"
4. Kornfeld I.P., Sinay Ya. G., Fomin S.V. Ergodicheskaya teoriya.-M: Nauka, 1980
5. Graczyk J., Swiatek G. Singular Measures in Circle Dynamics. Commun. Math.phys.-1993
6. Poincare H. Memoire sur les courbes definie par une equation differentiable I-IV// J. Math. Pures et Appl., p. 1881-1886. Имеется русский перевод: О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями.- М. Л: Гостехиздат.- 1947.
7. Pommeau Y., Manneville P. Intermittent transition to turbulence in dissipative dynamical systems//J.Comm.Math.Phys.-1980.-№74(2).-P.189-197.
8. Ignatov A.M. Trivelpiece-Gould modes in a corrugated plasma slab// J.Phys. Rev.E.-95.-№51(2).-P.1391-1399.