

ЭНГ КИЧИК КВАДРАТЛАР УСУЛИДА СОДДА МАТЕМАТИК МОДЕЛЬ ҚУРИШ МАСАЛАЛАРИ

Д. М. Махмудова

Тошкент вилояти Чирчиқ давлат педагогика институти доценти

З. Х. Сиддиқов

Ал-Хоразмий номидаги Тошкент ахборот технологиялари университети
Фарғона филиали доценти

АННОТАЦИЯ

Мақолада математик модель қуришда энг кичик квадратлар усулининг моҳияти баён қилинган.

Калит сўзлар: математик модель, минимум, максимум, методика, функция, функционал боғлиқлик, оптимизация, мақсадли функция.

PROBLEMS OF BUILDING A SIMPLE MATHEMATICAL MODEL IN THE SMALL SQUARE METHOD

D. M. Maxmudova

Associate Professor of Chirchik State Pedagogical Institute of Tashkent region

Z. Kh. Siddikov

Associate Professor of the Fergana branch of the Tashkent University of
Information Technologies named after Al-Khwarizmi

ABSTRACT

The article describes the importance of the method of "Naming squares" in the construction of mathematical models.

Keywords: mathematic model, minimum, maximum, method, function, functional connection, optimizing, objective function.

КИРИШ

Мамлакатимизда таълим соҳаларини такомиллаштириш мақсадида замонавий билим ва педагогик технологияларни қўллаш кўникмаларига эга, мамлакатимизни ижтимоий-иқтисодий ривожлантиришда муносиб ҳисса

кўшувчи юқори малакали мутахассислар тайёрлаш механизмини яратишга катта эътибор қаратилмоқда [1].

Бўлажак мутахассисларни тайёрлашда уларнинг юксак маданиятли, амалий касбий кўникмага эга, тарбия, ўқитиш методлари ва баҳолаш мезонларини пухта эгаллаган замонавий кадрларни шакллантириш жараёнлари самарадорлигини ошириш муҳим ҳисобланади. Шу сабабли, таҳсил олувчиларнинг таълим олишга бўлган қизиқишларини ошириш, уларда ўқув фанларига мотивацияни кучайтириш зарур [1].

Математика дарсларида мақсадга эришишнинг муҳим шартларидан бири ўқувчиларнинг ақлий фаолиятини ривожлантиришдир. Албатта, талабаларни фаол ақлий фаолиятга жалб этишда ўқитувчининг иш усули катта аҳамиятга эга. Ўқитувчи дарсга тайёрланганда дарсни режалаштириши, фикрлаши ва талабаларнинг бўлғуси касбий фаолияти билан боғлиқ бўлган реал масалалар ва ҳолатларнинг математик моделларини шакллантириши лозим. Бу эса талабаларнинг ижодий фикрлашларига кўмаклашади, индивидуал ривожланиши учун қулай шароит яратади.

МЕТОДОЛОГИЯ

Биз қуйидаги математик моделларни ўрганиб чиқамиз:

агар ҳар бир тажриба натижаларини икки ўлчовли координата текислигида тасвирласак, ҳар хил кўринишдаги функция графикларини ҳосил қиламиз. Демак тажриба жараёни қонуниятларини содда функция, яъни математик модели билан алмаштириш мумкин бўлади.

Бунинг ёрдамида тажриба ўтказмасдан кирувчи параметрга мос келувчи чиқувчи параметр натижасини олиш мумкин бўлади. Бундай алмаштиришлар энг кичик квадратлар усули ёрдамида амалга оширилади.

Қуйида ушбу усул ёрдамида тақрибий функцияни аниқлашга мисол келтирамиз. Бунинг учун ихтиёрий функция асосида жадвал тузамиз ва бу тузилган жадвал қийматларини тажриба натижалари деб қабул қиламиз.

МУҲОКАМА ВА НАТИЖАЛАР

Берилган тажриба натижаларига мос келувчи тақрибий функцияни аниқлаш қуйидаги тартибда амалга оширилади [2]:

1) $y = \sin^2(x)$ функция $[-\pi/2; \pi/2]$ оралиқда берилган бўлсин.

2) Оралиқни 10 та бўлакка бўлиб, шу нуқталарда функциянинг қийматларини ҳисоблаб, қуйидаги жадвални тузамиз:

X	-	-	-	-	0	0.3140	0.6280	0.9420	1.2560	1.5700
Y	0.9041	0.6541	0.3452	0.0954	0	0.0954	0.3452	0.6541	0.9041	1.0

3) Тақрибий функцияни $y = a \sin^2(x) + b$ кўринишда қидирамиз ҳамда a ва b ни энг кичик квадратлар усули ёрдамида топамиз.

Ечиш. Номаълум коэффицентлар a ва b ни топиш учун қуйидаги функционални тузамиз:

$$S(a, b) = \sum_{i=1}^{10} [y_i - a \cdot \sin^2(x_i) - b]^2 \rightarrow \min$$

$S(a, b)$ - функциянинг минимум қийматини топиш учун a ва b параметрлар бўйича хусусий ҳосиласини нолга тенглаштирамиз, яъни

$$\frac{\partial S(a, b)}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial S(a, b)}{\partial b} = 0$$

$y = a \cdot \sin^2(x) + b$ функциянинг a ва b параметрларини қуйидаги тенгламалар системасидан топамиз:

$$\begin{cases} a \sum_{i=1}^{10} \sin^4(x_i) + b \sum_{i=1}^{10} \sin^2(x_i) = \sum_{i=1}^{10} \sin^2(x_i) y_i \\ a \sum_{i=1}^{10} \sin^2(x_i) + nb = \sum_{i=1}^{10} y_i \end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^{10} \sin^4(x_i) = \sin^4(x_1) + \sin^4(x_2) + \sin^4(x_3) + \dots + \sin^4(x_{10}) = 4.9975$$

$$\sum_{i=1}^{10} \sin^2(x_i) = \sin^2(x_1) + \sin^2(x_2) + \sin^2(x_3) + \dots + \sin^2(x_{10}) = 3.7470$$

$$\sum_{i=1}^{10} y_i \sin^2(x_i) = y_1 \sin^2(x_1) + y_2 \sin^2(x_2) + y_3 \sin^2(x_3) + \dots + y_{10} \sin^2(x_{10}) = 4.9975$$

$$\sum_{i=1}^{10} y_i = y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_{10} = 3.7470$$

$$\begin{cases} 4.9975a + 3.7470b = 4.9975 \\ 3.7470a + 10b = 3.7470 \end{cases}$$

Тенгламалар системасини ечиб, a ва b номаълумларни аниқлаймиз: $a = 1, b = 0$. Демак, изланган жадвалга мос функция $y = \sin^2(x)$ кўринишга эга бўлади.

2. Параболик функция $y = ax^2 + bx + c$ даги a, b, c параметрларни қуйидаги учинчи тартибли тенгламалар системасидан топамиз [3].

$$S(a, b, c) = \sum_{i=1}^{10} [y_i - a \cdot x_i^2 - b \cdot x_i - c]^2 \rightarrow \min$$

$S(a, b, c)$ - функциянинг минимум қийматини топиш учун a, b ва c параметрлар бўйича хусусий ҳосиласини нолга тенглаштирамиз, яъни

$$\frac{\partial S(a, b, c)}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial S(a, b, c)}{\partial b} = 0, \quad \frac{\partial S(a, b, c)}{\partial c} = 0.$$

Параболик функция $y = ax^2 + bx + c$ даги a, b ва c параметрларни қуйидаги тенгламалар системасидан топамиз.

$$\begin{cases} a \sum_{i=1}^{10} x_i^4 + b \sum_{i=1}^{10} x_i^3 + c \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = \sum_{i=1}^{10} y_i x_i^2 \\ a \sum_{i=1}^{10} x_i^3 + b \sum_{i=1}^{10} x_i^2 + c \sum_{i=1}^{10} x_i = \sum_{i=1}^{10} y_i x_i \\ a \sum_{i=1}^{10} x_i^2 + b \sum_{i=1}^{10} x_i + 10c = \sum_{i=1}^{10} y_i \end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^{10} x_i^4 = x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + \dots + x_{10}^4 = 12.9583$$

$$\sum_{i=1}^{10} x_i^3 = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + \dots + x_{10}^3 = 3.8699$$

$$\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_{10}^2 = 8.3807$$

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{10} = 1.5700$$

$$\sum_{i=1}^{10} y_i x_i^2 = y_1 x_1^2 + y_2 x_2^2 + y_3 x_3^2 + \dots + y_{10} x_{10}^2 = 6.7694$$

$$\sum_{i=1}^{10} y_i x_i = y_1 x_1 + y_2 x_2 + y_3 x_3 + \dots + y_{10} x_{10} = 1.5700$$

$$\sum_{i=1}^{10} y_i = y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_{10} = 4.9975$$

$$\begin{cases} 12.9583a + 3.8699b + 8.3807c = 6.7694 \\ 3.8699a + 8.3807b + 1.5700c = 1.5700 \\ 8.3807a + 1.5700b + 10c = 4.9975 \end{cases}$$

Тенгламалар системасини Гаусс усули ёрдамида ечиб, номуалум a , b ва c параметрларнинг қийматларини топамиз:

$$a=0.4549, \quad b=-0.0463, \quad c=0.1258.$$

Демак, изланган функция қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$y = 0.4549x^2 - 0.0463x + 0.1258 \quad (*)$$

Хатоликларни баҳолаш жадвали

Х аргумент қиймати	Y функция қиймати	Тақрибий функция $\bar{Y} = 0.4549x^2 - 0.0463x + 0.1258$	Хатолик $ Y - \bar{Y} $
-1.2560	0.9041	0.9016	0.0026
-0.9420	0.6541	0.5731	0.0810
-0.6280	0.3452	0.3343	0.0109
-0.3140	0.0954	0.1852	0.0898
0.0000	0.0000	0.1258	0.1258
0.3140	0.0954	0.1561	0.0607
0.6280	0.3452	0.2761	0.0691
0.9420	0.6541	0.4858	0.1682
1.2560	0.9041	0.7853	0.1189
1.5700	1.0000	1.1744	0.1744
Хатоликларнинг абсолют йиғиндиси			0.9014

Демак, (*) тенглик изланаётган масаланинг математик моделини ифодалайди.

ХУЛОСА

Албатта математик моделлаштириш кўникмаларини бир ёки бир неча дарс давомида ривожлантириб бўлмайди. Бу масалага доимий алоҳида эътибор

зарур. Маълумки, масала ечиш - олинган назарий билимни амалиётга қўллаш ҳисобланади. Бу эса талаба тафаккурини ривожлантириш, жумладан ҳодисаларни таҳлил қилиш, улар ҳақидаги маълумотларни умумлаштириш, ўхшаш томонларини ва фарқини аниқлашда катта аҳамиятга эгадир. Масала ечиш орқали талабалар ўз билимларини кенгайтирадилар, қонун ва формулаларни чуқурроқ билишни ўрганадилар, уларни қўлланиш чегараларини кўриб чиқадилар, умумий қонуниятларни аниқ бир вазиятларга қўллаш малакасини эгаллайдилар [4]. Бу эса талабаларни касбий фаолиятга тайёрлашда масалаларни математик моделлаштириш усулидан фойдаланиб ечиш муҳим ўрин эгаллашини англатади.

REFERENCES

1. Makhmudova D.M. Issues of optimal management in the development of creative competence in students // ACADEMICIA: An International Multidisciplinary Research Journal. Vol. 10, Issue 6, June 2020. – P. 619-624.
2. Петров А.А. Экономика. Модели. Вычислительный эксперимент. – М.: Наука, 1996.
3. Алиев Э., Уразов Н. Моделирование процессов и систем. – Т.: Наука, 1986.
4. Сиддиқов З.Х., Махмудова Д.М. Талабаларни касбга йўналтиришда математик моделлаштириш кўникмаларини шакллантириш // - Scientific progress, 2021. 229-235.
<http://scientificprogress.uz/storage/app/media/5-045.%20229-235.pdf>