

## BIR JINSLI TOR TEBRANISH TENGLAMASI UCHUN I I- CHEGARAVIY MASALANI FURE USULIDA YECHISHDA MATEMATIK PAKETLARNING ROLI

**Baxtiyor Zoxirovich Usmonov**

Toshkent viloyati Chirchiq davlat pedagogika instituti katta o'qituvchisi  
[bakhtiyer.usmanov@mail.ru](mailto:bakhtiyer.usmanov@mail.ru)

**Gulbar Shavkatovna Tog'ayeva**

Toshkent viloyati Chirchiq davlat pedagogika instituti magistranti

**Munisa Aminovna Davlatova**

Toshkent viloyati Chirchiq davlat pedagogika instituti magistranti

### ANNOTATSIYA

Ushbu maqolada bir jinsli tor tebranish tenglamasi uchun II- chegaraviy masalani fure usulida yechishda matematik paketlardan foydalanib, yechish, aniq amaliy masalalarda bu jarayonni ko'rsatish, masalani yechishning algoritmi va dasturini yaratish ko'zda tutilgan.

**Kalit so'zlar:** Tor tebranish tenglamasi, chegaraviy masala, SHturm-Liu vill masalasi, matematik paket, maple, dsolve, metod.

### THE ROLE OF MATHEMATICAL PACKAGES IN SOLVING THE I I- BOUNDARY PROBLEM FOR THE SINGLE NETHORS VINK EQUATION

**Bakhtiyor Zokhirovich Usmonov**

Senior teacher of Chirchik State Pedagogical Institute of Tashkent region  
[bakhtiyer.usmanov@mail.ru](mailto:bakhtiyer.usmanov@mail.ru)

**Gulbar Shavkatovna Togayeva**

Master of Chirchik State Pedagogical Institute of Tashkent region

**Munisa Aminovna Davlatova**

Master of Chirchik State Pedagogical Institute of Tashkent region

### ABSTRACT

This paper deals with the solution of the II-boundary value problem for a homogeneous narrow oscillation equation using mathematical packages in the Fure

method, to show this process in specific practical problems, to create an algorithm and program for solving the problem.

**Keywords:** Narrow oscillation equation, boundary value problem, Sturm-Liouville problem, mathematical package, maple, dsolve, method.

## KIRISH

Hozirgi vaqtda matematik hisob-kitoblarni avtomatlashtirish uchun dasturlash mumkin bo'lgan mikrokalkulyatorlardan tortib o'ta kuchli superkompyuterlarga qadar turli xil hisoblash vositalari qo'llaniladi. Biroq, bunday hisob-kitoblar qiyin bo'lib qolmoqda. Bundan tashqari, kompyuterlardan foydalanish yangi qiyinchiliklarni keltirib chiqardi: hisob-kitoblarni boshlashdan oldin foydalanuvchi dasturlash asoslarini bir yoki bir nechta dasturlash tillarida va sonli hisoblash usullarini o'zlashtirishi kerak.

## METODOLOGIYA

Matematik va muhandislik hisob-kitoblarini avtomatlashtirish uchun ixtisoslashtirilgan dasturiy ta'minot tizimlari paydo bo'lgandan keyin vaziyat o'zgarishni boshladi.

Matematik tizimlar, universal matematik paketlar (muhitlar) bu matematikani yechish uchun turli xil vositalarni o'z ichiga olgan dasturiy ta'minot to'plamlari

Windows muhiti va shaxsiy kompyuterning resurslari bilan qo'llab-quvvatlanadi, shuningdek boshqa dasturlardan hujjatlarni ularning formatlari bo'yicha import qiladi.

Matematik paketlar qobiliyatlari quyidagilarni o'z ichiga oladi:

- hisoblashning yuqori aniqligi;
- hosilalar va integrallarning algebraik va sonli hisob-kitoblari;
- algebraik, differentsial va farqli tenglamalar tizimining echimi;
- o'rnatilgan matematik funktsiyalarning keng doirasi (jami 200 dan ortiq), shu jumladan Furye transformatsiyalari, statistik va boshqalar.
- matritsa va vektor hisoblashlarining bir qator funktsiyalarini qo'llab-quvvatlash;
- haqiqiy sonlar va murakkab sonlar sohasida ham hisob-kitoblarni qo'llab-quvvatlash.

Yuqoridagilardan ko'rinib turibdiki, Matematik paketlar har qanday foydalanuvchi uchun zamonaviy tabiatshunoslikning turli sohalaridagi matematik muammolarini hal qilish uchun juda keng imkoniyatlar beradi. [3-6] ishlarda matematik masalarni AKT foydalanib o'rgatish va Differentsial tenglamalarni yechishda matematik paketlarni o'zni va ahamiyati haqida ma'lumotlar keltirilgan. [7-

9] ishlarda matematik modellar va matematik dasturlarini tadbiqlari haqida ma'lumotlar keltirilgan. [10-22] ishlarga giperbolik tenglamalar uchun har xil masalalar keltirilgan. [23-24] ishlarda matematik paketlar imkoniyatlari haqida ma'lumotlar keltirilgan.

Ushbu ilmiy maqola hisoblash matematikasi va kompyuterning ilmiy tadqiqot ishlarda qo'llanilishiga bog'liq bo'lib, ilmiy va amaliy jihatdan dolzarbdir [4]. Maqolada bir jinsli tor tebranish tenglamasi uchun II- chegaraviy masalani fure usulida yechishda matematik paketlarni yordamida analitik va taqribiy yechish masalasi qaraladi. Quyida masalaning qo'yilishi va uni yechishning ketma-ket algoritmi keltirilgan. bir jinsli tor tebranish tenglamasi uchun II- chegaraviy masalani fure usulida yechish uchun zarur bo'lgan hisoblash usullari tavsiflanadi.

Tadqiqot ob'ekti sifatida bir jinsli tor tebranish tenglamasi uchun II- chegaraviy masalani fure usulida yechish, chegaraviy masalalar qaraladi. Tadqiqot metodlari: masalani yechishning aniq usullari, taqribiy-aniiq usullari va sonli usullar.

## MUHOKAMA VA NATIJALAR

Amalda ixtiyoriy matematik paket yordamida amalga oshirish mumkin bo'lgan "elementar" hisoblashlar va almashtirishlar zanjiri murakkab masalalarni ham yechish imkonini beradi (masalan, matematik fizika masalalari, chegaraviy masalalarni yechish). Maple dasturiy paketi matematikaning maxsus bo'limlaridagi ko'pgina masalalarning yechimlarini topishga imkon beradi. Maple muhitida ishlash texnologiyasi bilan maxsus adabiyotlarda tanishish mumkin [5-6]. Maple matematik paketidan «Differensial tenglamalar», «Oliy matematika» va «Matematik fizika tenglamalari» fanidan bo'ladigan amaliy mashg'ulotlarda, seminar mashg'ulotlarida, oddiy differensial tenglama va tenglamalar sistemasi, matematik fizika masalalari, chegaraviy masalalarni sonli yechish bo'yicha tanlov fanlari mashg'ulotlarida foydalanish mumkin.

Bu ishda bir jinsli tor tebranish tenglamasi uchun II- chegaraviy masalani fure usulida yechish usulini qaraymiz[1-3].

Berilgan  $Q(x,t) = \{(x,t) : 0 < x < l, 0 < t < T\}$  sohada quyidagi

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (1)$$

tor tebranish tenglamasini qaraylik.

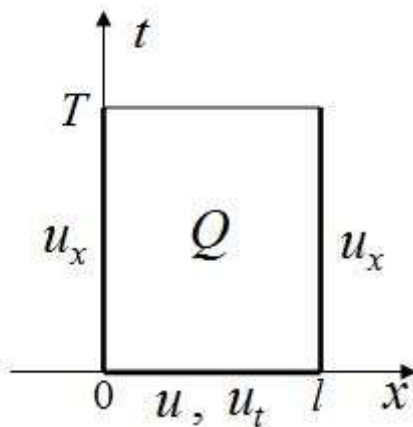
**II - Chegaraviy masala(1 - chizma).** (1) tenglamaning  $Q$  sohada aniqlangan va  $C(\bar{Q}) \cap C^2(Q)$  sinfga tegishli

$$u_x|_{x=0} = 0 \quad u_x|_{x=l} = 0, \quad 0 \leq t \leq T \quad (2)$$

chegaraviy shartlarni hamda

$$u|_{t=0} = \varphi(x), \quad 0 \leq x \leq l, \quad u_t|_{t=0} = \psi(x), \quad 0 < x < l \quad (3)$$

boshlang'ich shartni qanoatlantiruvchi  $u(x, t)$  echimi topilsin, bu erda  $\varphi(x)$  funksiya  $[0, l]$  sigmentda ikki marta uzluksiz differensialanuvchi bo'lib,  $(0, l)$  da uch tartibli bo'lak – bo'lak uzluksiz hosilaga ega,  $\psi(x)$  esa  $[0, l]$  sigmentda uzluksiz differensialanuvchi bo'lib,  $(0, l)$  da ikkinchi tartibli bo'lak – bo'lak uzluksiz hosilaga ega hamda  $\varphi(0) = \varphi(l) = 0, \quad \varphi''(0) = \varphi''(l) = 0, \quad \psi(0) = \psi(l) = 0$  muvofiqlashtirish shartlarini bajaradi,  $\mu_1(t)$  va  $\mu_2(t)$  funksiyalar esa  $[0, T]$  sigmentda uzluksiz bo'lib,  $\varphi(0) = \mu_1(0), \quad \varphi(l) = \mu_2(0)$  shartlarni qanoatlantiradi.



1-chizma

**II - chegaraviy masala yechishga kirishamiz.** (1) tenglamaning aynan nolga teng bo'lmagan va (2) chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi yechimini

$$u(x, t) = X(x)T(t) \quad (4)$$

ko‘rinishda izlaymiz, bu erda  $X(x)$  faqat  $x$  ga bog‘liq funksiya,  $T(t)$  esa faqat  $t$  ga bog‘liq deb hisoblaymiz. Masala echimini (4) ko‘rinishda izlanishiga **Фурье (yoki o‘zgaruvchilarni ajratish) usuli** deyiladi.

(4) ni (1) tenglamaga qo‘yib, quyidagini

$$\frac{T''(t)}{a^2 T(t)} = \frac{X''(x)}{X(x)} \quad (5)$$

olamiz.

(5) tenglamaning o‘ng tomoni  $t$  ga, chap tomoni esa  $x$  ga bog‘liq emas. SHuning uchun,  $\frac{T''(t)}{a^2 T(t)}$  va  $\frac{X''(x)}{X(x)}$  miqdorlarning har biri  $x$  ga ham,  $t$  ga ham

bog‘liq emas, ya’ni ular o‘zgarmasdir, bu o‘zgarmasni  $-\lambda^2$  orqali belgilaymiz:

$$\frac{T''(t)}{a^2 T(t)} = \frac{X''(x)}{X(x)} = -\lambda^2 \quad (6)$$

(6) ayniyatga ko‘ra

$$X'' + \lambda^2 X = 0, \quad (7)$$

$$T'' + a^2 \lambda^2 T = 0 \quad (8)$$

tenglamalarni hosil qilamiz.

(4) ni (2) chegaraviy shartga qo‘yib, quyidagini

$$X'(0) = X'(l) = 0 \quad (9)$$

olamiz.

Bundan  $X(x)$  funksiyani aniqlash uchun quyidagi masalaga kelamiz:

$$X'' + \lambda^2 X = 0, \quad (10)$$

$$X'(0) = X'(l) = 0 \quad (11)$$

Odatda bu masalani **Shturm-Liuvill masalasi** deb atalib,  $\lambda$  ning topiladigan qiymatlari **xos** (maxsus) **qiymatlar** (sonlar), unga mos trivial bo‘lmagan echimlar esa **xos** (maxsus) **funksiyalar** deyiladi. Barcha xos qiymatlar to‘plami masalaning **spektri** deyiladi.

(4) ko‘rinishdagi (2) shartlarni qanoatlantiruvchi trivial bo‘lmagan  $u(x, y)$  echimni topish uchun (10) tenglamaning (11) chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi aynan nolga teng bo‘lmagan echimni topish zarurdir.

(10) tenglamaning umumiy echimi

$$X(x) = C_1 \cos \lambda \cdot x + C_2 \sin \lambda \cdot x$$

ko'rinishga ega bo'ladi. (2) chegaraviy shartlarga binoan

$$C_1 \cos \lambda l = 0, \quad C_2 = 0.$$

Bunda  $C_2 \neq 0$  deb xisoblaymiz, aks xolda  $X(x) \equiv 0$  bo'lib qoladi. Demak,  $\cos \lambda \cdot l = 0 \Rightarrow \lambda l = \frac{\pi}{2} + \pi n \Rightarrow \lambda = \frac{\pi + 2\pi n}{2l}$ ,  $n \in Z$  ni hamda  $\sin \pi x$  va  $\sin(-\pi x) = -\sin \pi x$  funksiyalar chiziqli bog'liq bo'lgani uchun  $n = \{1, 2, 3, \dots\}$  qiymatlarni qabul qiladi.

SHunday qilib, quyidagi xulosaga kelamiz:

$$\lambda_n = \frac{\pi + 2\pi n}{2l}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \text{ sonlar (10), (11) masalaning xos qiymatlar va}$$

unga mos funksiyalar

$$X_n(x) = C_n \cos \frac{\pi + 2\pi n}{2l} x, \quad n = 1, 2, 3, \dots \text{ (12)}$$

(10), (11) masalaning **xos funksiyalari** deyiladi, bu erda  $C_n$  - noldan farqli ixtiyoriy haqiqiy o'zgarmaslar.

Biz quyida  $C_n = 1$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$  deb hisoblaymiz. Demak (10), (11) masalaning echimi quyidagi

$$X_n(x) = \cos \frac{\pi + 2\pi n}{2l} x, \quad n = 1, 2, 3, \dots \text{ (13)}$$

ko'rinishda bo'ladi.

(10)-(11) Shturm-Liu vill masalasi maple paketidan foydalanib xos qiymat va xos funksiyasini topishni keltiramiz.

$\lambda \neq 0$  holni qaraymiz:

> eq:=diff(X(x),x,x)+lambda^2X(x)=0

$$eq := \left(\frac{d^2}{dx^2} X(x)\right) + \lambda^2 X(x) = 0$$

Tenglamani umumiy yechimini qo'yidagi ko'rinishda topamiz:

>dsolve(eq.X(x)):X(x):=unapply(rhs(%).x):

$$X(x) = \_C1 \sin(\lambda x) + \_C2 \cos(\lambda x)$$

$$X(x) := x \rightarrow \_C1 \sin(\lambda x) + \_C2 \cos(\lambda x)$$

Hosil bo'lgan yechimni (11) chegaraviy shartlarga qo'yamiz:

>assume(l>0)

>eq1:=D[1]X(0)=0: eq2: :=D[1]X(l)=0:

$$eq1 := -C1\lambda \cos(\lambda \cdot 0) - C2\lambda \sin(\lambda \cdot 0) = 0$$

$$eq2 := -C1\lambda \cos(\lambda \cdot l) - C2\lambda \sin(\lambda \cdot l) = 0$$

Koeffisiyentlar matrissasini tuzamiz va uning determinantini hisoblaymiz:

>linalg[.genmatrix]({eq1.eq2}.\_C1.\_C2):

>linalg[det](%); Delta:=combine(%):

$$\begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & -\lambda \cos(\lambda \cdot l) \end{bmatrix}$$

$$\Delta := -\lambda^2 \cos(\lambda \cdot l)$$

Determinantni nolga tenglashtiramiz va xarakteristik tenglamani yechimini hosil qilamiz.

>Delta:=select(has.Delta.[cos]):

$$\Delta := -\cos(\lambda \cdot l)$$

>\_Envallsolutions:=true:

>lambd:=solve(Delta.lambd):

$$\lambda := \frac{\pi(1+2\_Z1 \sim)}{2l}$$

>lambd:=subs(\_Z1='n'.lambd):

$$\lambda := \frac{\pi(1+2k)}{2l}$$

Xos funksiyani topamiz:

>assume(k.posint):X(x);

$$X_n(x) = \cos \frac{\pi + 2\pi n}{2l} x, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Endi har bir  $\lambda_n = \frac{\pi + 2\pi n}{2l}$  ni (8) tenglamaga qo'yib, uning umumiy echimi

(uni  $T_n(t)$  deb belgilab), quyidagi

$$T_n(t) = a_n \cos \cos \frac{\pi + 2\pi n}{2l} at + b_n \sin \cos \frac{\pi + 2\pi n}{2l} at \quad (14)$$

ko'rinishda ega bo'ladi, bu erda  $a_n$  va  $b_n$  ixtiyoriy o'zgarmaslar.

(4) ga asosan yuqoridagilardan kelib chiqadiki, har bir

$$u_n(x, t) = X_n(x)T_n(t) =$$

$$= \left( a_n \cos \cos \frac{\pi + 2\pi n}{2l} at + b_n \sin \cos \frac{\pi + 2\pi n}{2l} at \right) \cos \frac{\pi + 2\pi n}{2l} x \quad (15)$$

(15) yechimlarning cheksiz yig'indisi ham echim bo'ladi, ya'ni

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} = (a_n \cos \cos \frac{\pi(1+2n)a}{2l} t + b_n \sin \cos \frac{\pi(1+2n)a}{2l} t) \cos \frac{\pi(1+2n)}{2l} x \quad (16)$$

(16) ni  $t$  bo'yincha differensiallab boshlang'ich shartlarga asosan (16) yechimdagi koeffitsientlar

$$a_n = \frac{2}{l} \int_0^l \varphi(x) \sin \frac{\pi n x}{l} dx, \quad b_n = \frac{2}{n\pi} \int_0^l \psi(x) \sin \frac{\pi n x}{l} dx \quad (17)$$

formulalar orqali topiladi.

## XULOSA

Bir jinsli tor tebranish tenglamasi uchun II - chegaraviy masalani fure usulida yechish, hamda uning grafigini hosil qilish zarur bo'lsa, bu talabalardan, ilmiy xodim va o'qituvchilardan ko'p vaqt va malaka talab etadi. Yuqoridagi masaladan ko'rinib turibdiki, uni Maple muhitida oson yechish va bir paytda uning grafigini ham hosil qilish mumkin ekan.

## REFERENCES

1. Салохиддинов М.С. Математик физика тенгламалари. Т., «Ўзбекистон», 2002, 448 б.
2. Михлин С.Г. Курс математической физики. М., 1968.
3. B.Z.Usmonov, G.Sh.Togayeva, M.A.Davlatova "O'zgarmas koeffitsientli ikkinchi tartibli bir jinsli differentsial tenglamalarini o'qitishda matematik paketlarni o'rni". /ACADEMIC RESEARCH IN EDUCATIONAL SCIENCES VOLUME 2 | ISSUE 3 | 2021 ISSN: 2181-1385 Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
4. G.U.Suyunova., B.Z.Usmonov. "BIOLOGIYA FANINI O'RGATISHDA AXBOROT-KOMMUNIKATSIYA TEXNOLOGIYALARI O'RNINI VA VAZIFALARI". /ACADEMIC RESEARCH IN EDUCATIONAL SCIENCES VOLUME 2 | ISSUE 3 | 2021 ISSN: 2181-1385 Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723



5. Б.З.Усмонов Қ.А.Эшқораев. «Координаталар усули ёрдамида масалаларни ечиш». Журнал FIZIKA, МАТЕМАТИКА va INFORMATIKA 1-Том. 2020 й. 80-87
6. B.Z.Usmonov, B.Alimov, Q.A.Eshqorayev. G'.N.Nasridinov. "Tub sonlarni o'quvchilarga sodda va qiziqarli yo'llar bilan tushuntirish". Jurnal FIZIKA, МАТЕМАТИКА va INFORMATIKA 1-Том. 2020 й. 109-114.
7. Sh Rakhimov, A Seytov, B Nazarov, B Buvabekov "Optimal control of unstable water movement in channels of irrigation systems under conditions of discontinuity of water delivery to consumers". IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2020/7/1 Том 883. Номер 1. Страницы 012065.
8. АЖ Сейтов, АР Кутлимурадов, РН Тураев, ЭМ Махкамов, БР Хонимкулов "ОПТИМАЛЬНЫЕ УПРАВЛЕНИЯ ВОДНЫХ РЕСУРСОВ КРУПНЫХ МАГИСТРАЛЬНЫХ КАНАЛОВ С КАСКАДОМ НАСОСНЫХ СТАНЦИЙ ИРРИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ". /Academic research in educational sciences. Том 2. Номер 2. г 2021. Ташкент
9. A. Zh. Seitov., B. R. Khanimkulov. « MATHEMATICAL MODELS AND CRITERIA FOR WATER DISTRIBUTION QUALITY IN LARGE MAIN IRRIGATION CANALS»./ Academic Research in Educational Sciences Vol. 1 No. 2, 2020 ISSN 2181-1385.
10. Исломов Б.И., Усмонов Б. З. Аналог задачи Геллерстедта для одного класса уравнения третьего порядка эллиптико-гиперболического типа. // «Узбекский математический журнал». 2017. № 4. С. 51-57 .
11. Islomov B. I.,Usmonov B.Z. Nonlocal boundary value problem for a third-order equation of elliptic-hyperbolic type. // " Labachevskii Journal of Mathematics".2020. Vol. 41. No 1. pp. 32-38.DOI: 10. 1134/ S1995080220010060.
12. Усмонов Б. З. Обобщения задачи Трикоми для одного класса уравнения третьего порядка эллиптико-гиперболического типа с разрывными условиями. // БухДУ илмий ахборотномаси, 2019 йили, №4.
13. Исломов Б. И., Усмонов Б. З. Локальная краевая задача для одного класса уравнения третьего порядка эллиптико-гиперболического типа . // Вестник ЮУрГУ. Серия "Математика. Механика. Физика" 2020. № 3 (қабул қилинган ва тақриздан ўтган)
14. Усмонов Б. З. Нелокальная краевая задача для уравнения третьего порядка с эллиптико-гиперболическим оператором. //Булитин Институт Математики. 2020. № 2.
15. Исломов Б.И., Усмонов Б. З. "Краевые задачи для одного класса уравнения третьего порядка с эллиптико-гиперболического оператором"// Самду Илмий ахборотномаси. 2020. №3

16. Исломов Б.И., Усмонов Б. З. Краевая задача для одного класса уравнения смешанного типа третьего порядка с оператором Лаврентьева-Бицадзе. // Тезисы докладов «Актуальные проблемы дифференциальных уравнений и их приложения». Ташкент. 2017. С.43-44
17. Исломов Б.И., Усмонов Б. З. Об одной краевой задаче для уравнения смешанного типа третьего порядка с оператором Лаврентьева-Бицадзе// Материалы международной научно конференции «Дифференциальные уравнения и смежные проблемы», 25-29 июня 2018 год, 238-240
18. Усмонов Б. З. Краевая задача типа задачи Бицадзе-самаркандского для уравнения смешанного типа третьего порядка эллиптического- гиперболического типа.// Abstracts of the International Conference “Mathematical analysis and its application to mathematical physics”. September 17-20, 2018, Samarkand, Uzbekistan, 56-60.
19. Усмонов Б. З. Краевая задача для уравнения третьего порядка эллиптического- гиперболического типа. // Международная конференция «Обратные и некорректные задачи» Самарканд, 2-4 октября, 2019. 128-129 .
20. Исломов Б.И., Усмонов Б. З. Нелокальная краевая задача для уравнения эллиптического- гиперболического типа третьего порядка, когда главную часть оператора содержит производную по  $y$ // Узбекско-Российская научная конференция «Неклассические уравнения математической физики и их приложения». 24-26 октября 2019 года Ташкент, Узбекистан.
21. Усмонов Б. З. Краевая задача для уравнения третьего порядка эллиптического- гиперболического типа . // Международная научная конференция. «Современные проблемы дифференциальных уравнений и смежных разделов математики»/ 12-13 марта, 2020 год Фергана.
22. Исломов Б.И., Усмонов Б. З. Краевая задача для уравнения, составленного из произведения не перестановочных дифференциальных операторов в прямоугольной области.// Of the Uzbekistan-Malaysia international online conference “COMPUTATIONAL MODELS TECHNOLOGIES”. August 24-25, 2020
23. Абдурахмонов А.Г. «THE USE OF MODERN INFORMATION TECHNOLOGY IN SOLVING NON-STANDARD PROBLEMS»./ European Journal of Research and Reflection in Educational Sciences vol.8 No.12..2020.
24. Абдурахмонов А.Г. « Применение математических пакетов в образовании на примере математического пакета maple». “Экономика и социум” №3(82) 2021