ACADEMIC RESEARCH IN EDUCATIONAL SCIENCES VOLUME 2 | ISSUE 8 | 2021
ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
Directory Indexing of International Research Journals-CiteFactor 2020-21: 0.89
DOI: 10.24412/2181-1385-2021-8-153-160

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПАКЕТА MATHCAD ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ УРОКА НА ТЕМУ «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ» В 11-КЛАССЕ

А. Ж. Сейтов
Доцент Чирчикского государственного педагогического института
Ташкентской области

Ф. Х. Абдумавлонова
Магистр чирчикского государственного педагогического института

АННОТАЦИЯ

В данной статье рассматриваются возможности математического пакета MathCAD при составлении дифференциальных моделей из школьного курса алгебры. А также приведены решения некоторых задач по математике школьного курса на тему «дифференциальные модели» в 11-классе в среде MathCAD.

Ключевые слова: дифференциальные уравнения , модель популяции, экономические модели, математический пакет , MathCAD.

ABSTRACT

This article discusses the capabilities of the mathematical package MathCAD when compiling differential models from the school algebra course. And also the solutions of some problems in mathematics of the school course on the topic "differential models" in the 11th grade in the MathCAD environment are presented.

Keywords: differential equations, population model, economic models, mathematical package, MathCAD.

ВВЕДЕНИЕ

Основу нашей жизни составляют различные процессы и явления, и иногда человеку приходится прогнозировать эти процессы. До недавних пор, а точнее, до появления вычислительных машин и сред программирования, было очень трудно составить прогнозы явлений.

ЛИТЕРАТУРНЫЙ АНАЛИЗ И МЕТОДОЛОГИЯ

Для прогнозирования того или иного явления или процесса необходимо сначала составить некую дифференциальную модель. В настоящее время существуют множество дифференциальных моделей процессов и явлений. В данной статье рассмотрим некоторые процессы и их дифференциальные модели, а также составим решения некоторых случай на математическом

ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
Directory Indexing of International Research Journals-CiteFactor 2020-21: 0.89
DOI: 10.24412/2181-1385-2021-8-153-160

пакете MathCAD. В качестве примеров рассмотрим задачи из учебника для 11-классов общеобразовательных школ.

В различных областях науки и техники очень часто встречаются задачи, для решения которых нужно решить одно уравнение или систему уравнений, содержащих производные искомых функций. Такие уравнения называются дифференциальными уравнениями.

На предыдущих уроках алгебры 11-класса ученики ознакомились с дифференциальными уравнениями и с решениями этих уравнений. На уроке «Дифференциальные модели» учащиеся узнают об основном применении дифференциальных уравнений и, более того, рассмотрят примеры на математическом пакете MathCAD.

Характерной особенностью пакета MathCAD является использование привычных стандартных математических обозначений, то есть документ на экране выглядит точно так же обычный математический расчет. Для использования пакета не требуется изучать какую-либо систему команд, как, например, в случае пакетов Mathematica или Maple. Пакет ориентирован в первую очередь на проведение численных расчетов, но имеет встроенный символический процессор Maple, что позволяет выполнять аналитические преобразования [1].

Далее рассмотрим модель популяции биологических особей. Но при рассмотрении данного явления нужно учитывать некоторые факторы: болезни, хищники, ограниченность питания и т.п.

Модель динамики популяций была предложена священником Томасом Мальтусом еще в 1778 г. в опубликованной им работе “Трактат о народонаселении”. Хотя модель, предложенная Мальтусом, касалась народонаселения Земли, ее можно распространить на любую популяцию живых организмов.

ОБСУЖДЕНИЕ И РЕЗУЛЬТАТЫ

Полученное по модели Мальтуса решение предсказывает неограниченный рост численности популяции. В действительности неограниченный рост невозможен, так как сдерживающие факторы присутствуют всегда. Численность популяции, как правило, испытывает небольшие колебания относительно некоторой величины.

Одним из первых обратил на это внимание П.Ф. Ферхюльст, сформулировав в 1845 г. закон, содержащий ограничение на рост популяции.

Изучим вопрос о скорости изменения популяции организмов с учетом размножения и вымирания в силу определенных причин.

Пусть N(t) – число особей в популяции в момент времени t . Тогда если A – число особей в популяции , рождающихся в единицу времени , а B – число

ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
Directory Indexing of International Research Journals-CiteFactor 2020-21: 0.89
DOI: 10.24412/2181-1385-2021-8-153-160

особей , умирающих в единицу времени , то с достаточным основанием можно утверждать , что скорость изменения N(t) со временем задаётся формулой

N'(t)=A-B

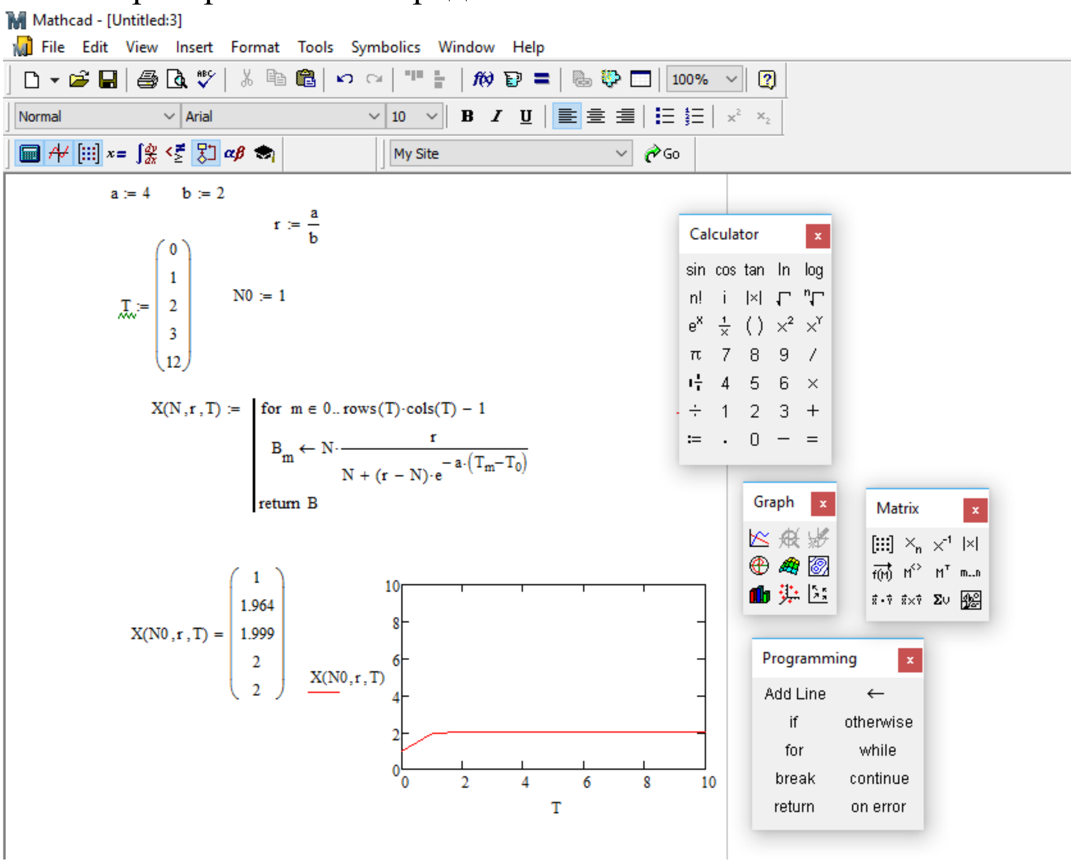
Часто встречается случай , где A=a N(t) и B=bN2(t) (здесь a и b коэффициенты рождения и смерти особей в единицу времени соответственно). Тогда получим соотношение

N'(t)=aN(t)- bN2(t)

Тогда

$$N(t)=\frac{N_0 a/b}{N_0-(\frac{a}{b}-N_0)e^{-a(t-t_0)}}$$

Рассмотрим решение на среде MathCAD.



С помощью математического пакета MathCAD мы сумели создать функцию, которая вычисляет количество особей в данный момент времени и возвращает массив значений. А также сумели построить наглядный график размножения особей.

Следующим примером является задача теплообмена. Постановка задачи заключается в следующем : лепешка , вынутая из печи , за 20 минут остывает со 100^o до 60^o. Температура окружающего воздуха равна 25^o. За какое время лепешка остынет до 30^o?

Если закон остывания тела имеет вид

ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
Directory Indexing of International Research Journals-CiteFactor 2020-21: 0.89
DOI: 10.24412/2181-1385-2021-8-153-160

$$T(t)=\tau+(T_0-\tau)e^{-k/mc}$$

Где τ – температура окружающей среды, T – температура в момент времени, k – коэффициент пропорциональности, m – масса тела, c – теплоёмкость. Тогда закон остывания лепешки можно записать как

$$T(t)=25+(100-25)e^{at}=25+75e^{at}$$

где a – неизвестный коэффициент.

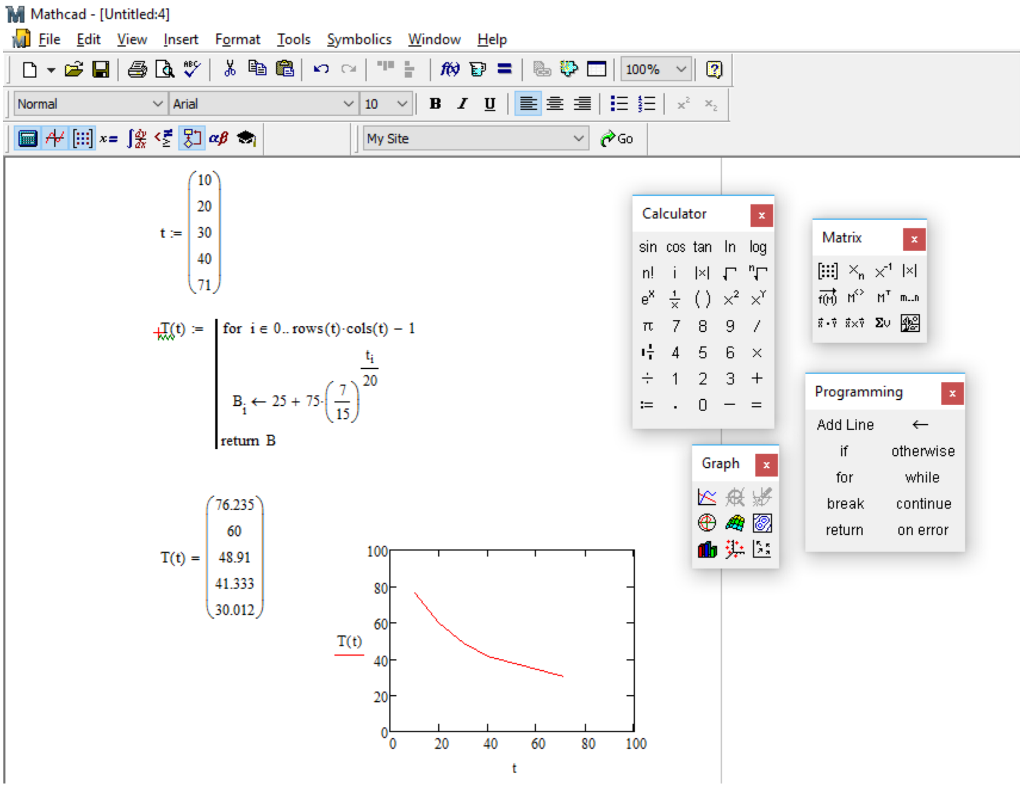
Найдём a, используя условие T(20)=60 при t=20:

$$75e^{20a}=35$$

$$(e^a)^{20}=35/75=7/15$$

$$e^a=(7/15)^{1/20}$$

Значит, остывание лепешки проходит по закону $T=25+75(7/15)^{t/20}$



Далее решение можем рассмотреть на среде MathCAD. При вычислении данного примера на математическом пакете можем сравнить ответ на данную задачу с ответом, выданным на MathCAD. Мы подставили в одно из значений времени значение 71, и в выведенном ответе выходит значение 30, что совпадает с значением в условии примера. Помимо этого, можно создать график и сравнить температуры лепёшки в тот или иной промежуток времени.

Рассмотрим задачу инвестиционной модели. Предположим, что единица товара продаётся с прибылью p. Обозначим через Q(t) функцию, отражающую изменение количества товара за время t. Тогда доход , полученный за время t , равен pQ(t). Допустим , сто часть дохода инвестируется в производство , то есть

ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
Directory Indexing of International Research Journals-CiteFactor 2020-21: 0.89
DOI: 10.24412/2181-1385-2021-8-153-160

$$I(t)=mpQ(t)$$

Здесь m – норма инвестиции , постоянная , причём 0<m<1.

Если мы представим , что рынок достаточно обеспечен товаром , а сам товар полностью продан , то в результате темпы производства повышаются.

Темпы производства пропорциональны повышению инвестиций, то есть

$$Q'=lI(t)$$

Здесь l – коэффициент пропорциональности. Подставив получим дифференциальное уравнение

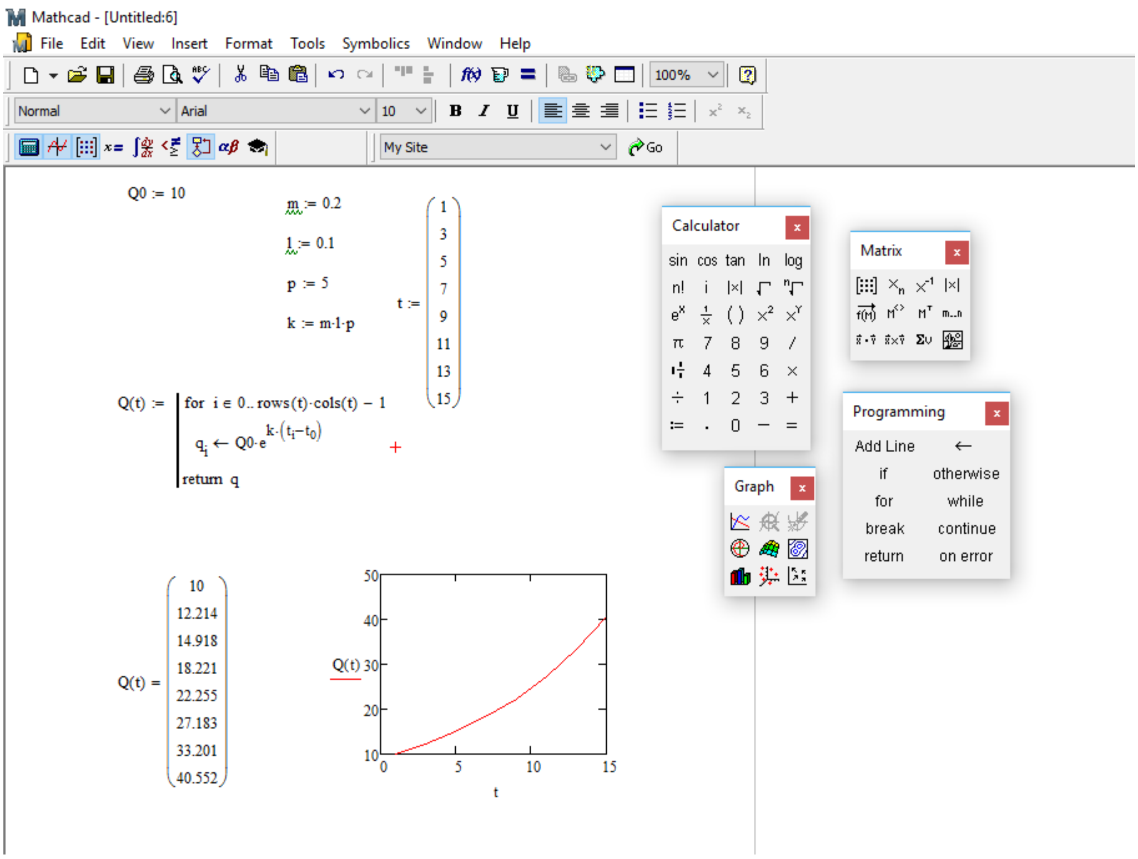
$$Q'=kQ,\ k=lmp$$

$$Q=Ce^{kt}$$

где C – произвольная постоянная.

Пусть $Q_0=Q(t_0)$, тогда $C=Q_0e^{-kt_0}$. В результате получим, что объём производства меняется по закону

$$Q=Q_0e^{k(t-t_0)}.$$



Теперь рассмотрим примеры на MathCAD.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как видно из вычислений на математическом пакете, с данными условиями в течение некоторого промежутка времени количество произведенного товара будет постепенно расти.

ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
Directory Indexing of International Research Journals-CiteFactor 2020-21: 0.89
DOI: 10.24412/2181-1385-2021-8-153-160

На самом деле данная тема является вводной частью для отдельного направления в математике, дифференциального моделирования, и решение таких задач без вычислительных инструментов и наглядных графиков довольно трудно. Как видно по иллюстрации работа на математическом пакете MathCAD упрощает работу с вычислениями и построением графиков, что значительно экономит время и помогает эффективнее объяснить суть урока учащимся.

Проведение уроков с применением ИКТ и специальных математических пакетов можно не только сэкономить время и более доступно объяснить материал урока учащимся , но также можно их приучать применению новых технологий в сфере самообразования и заинтересовать учеников одной из сложных наук , математикой.

REFERENCES

1. Мирзаахмедов М.А., Исмаилов Ш.Н., Аманов А.К. Алгебра и начало анализа. Геометрия. Часть 1, учебник: - Т.: ООО “CREDO PRINT GROUP”, 2018, 192с.
2. Латотин Л.А., Чеботаревский Б.Д. Математика 11, учебник: - Минск , 2013.
3. Ю.Е. Воскобойников, А.Ф. Задорожный, Л.А. Литвинов, Ю.Г. Черный. Основы вычислений и программирования на MathCAD,учебное пособие:- Новосибирск,2012,217с А.Ж. Сейтов, Ф.Х. Абдумавлонова. РЕШЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПАКЕТА MAPLE. Academic research in educational sciences, 2021. Т.2 №6 Pp.933-941.
4. S.Kh.Khasanova A.J.Seytov, A.J. Khurramov, S.N.Azimkulov, M.R.Sherbaev, A.A.Kudaybergenovю. Optimal control of pumping station operation modes by cascades of the Karshi main canal. International Journal of Advanced Research in Science, Engineering and Technology, 2021. Tom 8. №4. Pp. 17177-17185.
5. А. Ж. Сейтов А. Р. Кутлимурадов Р. Н. Тураев Э. М. Махкамов Б. Р. Хонимкулов. ОПТИМАЛЬНЫЕ УПРАВЛЕНИЯ ВОДНЫХ РЕСУРСОВ КРУПНЫХ МАГИСТРАЛЬНЫХ КАНАЛОВ С КАСКАДОМ НАСОСНЫХ СТАНЦИЙ ИРРИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ. ACADEMIC RESEARCH IN EDUCATIONAL SCIENCES VOLUME 2 | ISSUE 2 | 2021 ISSN: 2181-1385 Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723 DOI: 10.24411/2181-1385-2021-00193. Стр. 265- 273.
6. А.В. Кабулов, А.Ж. Сейтов, А.А. Кудайбергенов. КРИТЕРИЙ УПРАВЛЕНИЯ ЗАДАЧ ОПЕРАТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ ВОДНЫМИ РЕСУРСАМИ ОБЪЕКТОВ ВОДОХОЗЯЙСТВЕННЫХ СИСТЕМ. ILIM hám JÁMIYET. Стр. 6-8
7. АЖ Сейтов, БР Ханимкулов, М Гаипов, О Хамидуллаева, НК Мурадов. ЧИСЛЕННЫЕ АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО

ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
Directory Indexing of International Research Journals-CiteFactor 2020-21: 0.89
DOI: 10.24412/2181-1385-2021-8-153-160

УПРАВЛЕНИЯ ОБЪЕКТАМИ КАРШИНСКОГО МАГИСТРАЛЬНОГО КАНАЛА. Academic research in educational sciences. Т. 2 № 3 pp. 1145- 1145.
8. А.Ж. Сейтов, Б.Р. Ханимқулов, М.А. Гаипов, М.Р. Юсупов. ЗАРФШОН ДАРЁСИ ОҚИМИНИНГ ҲОСИЛ БЎЛИШИГА АТМОСФЕРА ЁҒИНЛАРИ ВА ҲАВО ҲАРОРАТИНИНГ ТАЪСИРИ. Academic research in educational sciences. Т.2 №5. Стр. 156-162.
9. A.A. Kudaybergenov A.J. Seytov, A.R. Kutlimuradov, R.N. Turaev, N.K. Muradov. Mathematical model of optimal control of the supply canal to the first pumping station of the cascade of the Karshi main canal. International Journal of Advanced Research in Science, Engineering and Technology. Т. 8 № 3 pp. 16790-16797.
10. A.J.Seytov, A.J. Khurramov, S.N.Azimkulov, M.R.Sherbaev, A.A.Kudaybergenov. S.Kh.Khasanova. International Journal of Advanced Research in Science, Engineering and Technology. Т. 8 №2 ISSN: 2350-0328. Pp. 17177-17185.
11. Рахимов Ш.Х., Сейтов А.Ж. Теоретико-множественная модель насосной станции, оснащенная осевыми поворотно-лопастными насосными агрегатами. Материалы республиканской научной онлайн конференции молодых ученых «современные проблемы математики и прикладной математики» посвященной 100 летию академика С.Х.Сираждинова (21 мая 2020 г.) Стр. 78-82.
12. Сейтов А. Ж., Кудайбергенов А. А., Хонимкулов Б. Р. Моделирования двумерного неустановившегося движения воды на открытых руслах на основе проекционного метода. сборник докладов Республиканской научно-технической конференции «Инновационные идеи в разработке информационно-коммуникационных технологий и программных обеспечений» 15-16 мая 2020 года. САМАРҚАНД. Стр. 60-63.
13. Рахимов Ш. Х., Сейтов А. Ж., Кудайбергенов А. А. Критерии управления задач оперативного управления водными ресурсами объектов водохозяйственных систем. Abstracts of IX International Scientific and Practical Conference Kharkiv, Ukraine 2-4 August 2020. Стр. 125-131.
14. Mekhriban Salaeva, Kakhramon Eshkaraev, Aybek Seytov. Solving mathematical problems in unusual ways with excellent limits. European Scientific Conference. Пенза, 17 мая 2020 года pp. 254-257.
15. А.Сейтов. Оптимальные методы управления водных ресурсов в крупных магистральных каналах ирригационных систем. AGRO ILM – O‘ZBEKISTON QISHLOQ VA SUV XO‘JALIGI. Махсус сон. 2020. Ташкент. Стр. 84-86.
16. Ш.Х. Рахимов, А.Ж. Сейтов, А.А. Кудайбергенов. Оптимальное управление распределением воды в магистральных каналах ирригационных систем. ILIM hám JÁMIYET. SCIENCE and SOCIETY Scientific-methodical journal Series: Natural-technical sciences. Social and economic sciences. Philological scienes. pp. 8-10.

ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
Directory Indexing of International Research Journals-CiteFactor 2020-21: 0.89
DOI: 10.24412/2181-1385-2021-8-153-160

17. А.В.Кабулов, А.Ж.Сейтов, А.А.Кудайбергенов, Критерий управления задач оперативного управления водными ресурсами объектов водохозяйственных систем. ILIM hám JÁMIYET. science and society Scientific-methodical journal Series: Natural-technical sciences. Social and economic sciences. Philological scienes №2 2020. Pp.6-7.
18. Ш. Х. Рахимов, А. Ж. Сейтов, М. Р. Шербаев, Д. Жумамурадов, Ф. Ж. Дусиёров. Структура базы данных и программные модули для моделирования управления водными ресурсами каскада насосных станций каршинского магистрального канала. Мелиорация 2019 3(89) стр. 85-91. (№5, web of science IF=0.144)
19. А. Ж. Сейтов А. Р. Кутлимурадов Р. Н. Тураев Э. М. Махкамов Б. Р. Хонимкулов. Оптимальные управления водных ресурсов крупных магистральных каналов с каскадом насосных станций ирригационных систем. academic research in educational sciences volume 2 | ISSUE 2 | 2021 ISSN: 2181-1385 Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: (№5, web of science IF=5.723)