

УМУМЛАШГАН МОМЕНТЛАР УСУЛИ БАҲОСИ ВА УНИНГ ҚЎЛЛАНИЛИШИ

Гузал Сайдиллаевна Абдужалилова

Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон миллий университети, Эконометрика ва
иқтисодий моделлаштириш кафедраси таянч докторанти

rasulova2406@gmail.com

АННОТАЦИЯ

Номаълум параметрларни баҳолашда бир қанча усуллар мавжуд бўлиб, улар ичида ҳақиқатга максимал ўхшашлик усули кенг қўлланиладиган усуллардан бири ҳисобланади. Ушбу усул ёрдамида олинган баҳолар асимптотик нормаллик, асимптотик эффективлик каби бир қанча яхши хоссаларга эга бўлади. Аммо тасодифий миқдор математик қутилмаси мавжуд бўлмаса ёки ҳақиқатга максимал ўхшашлик тенгламаси аниқ ечилмаса бу усуллар ишламайди ҳамда бошқа баҳолаш усуллардан фойдаланишга тўғри келади. Иқтисодиётда бир қанча жараёнлар тақсимотлари маълум ўрганилган тақсимот бўлган ҳолда ҳам баҳолаш турли сабабларга кўра қийинчилик туғдириши мумкин. Ушбу мақолада умумлашган моментлар усули, бу усул ёрдамида олинган баҳоларнинг асимптотик хоссалари ўрганилади.

Калит сўзлар: баҳолаш, вақтли қаторлар, умумлашган моментлар усули, характеристик функциялар, эффективлик.

ABSTRACT

There are various methods for estimating an unknown parameter. The most common of them are the maximum likelihood method and the method of moments. These methods allow us to obtain consistent, effective estimates and they are asymptotically normal under general conditions. However, in the case when the random variables does not have a mathematical expectation, or the likelihood equation is not solved explicitly, then these methods do not work and in these cases we have to look for other methods. There are many processes in economics where the maximum likelihood approach is difficult to implement, both in the independently identically distributed case and in the dependent case. In this paper, we study a generalized method of moments for evaluating models of a linear time series. The obtained estimates are compared with traditional estimation methods, such as the maximum likelihood method. Investigated the properties of the estimation: asymptotic unbiased and consistency.

Keywords: estimation, time series, generalized method of moments, characteristic function, efficiently.

КИРИШ

Одатда анъанавий ҳақиқатга максимал ўхшашлик усули ёрдамида баҳолаш ёки моментларни топиш имконияти мавжуд бўлмаганлигида эмпирик характеристик функциялар усулидан фойдаланилади. Чунки эмпирик момент ҳар доим мавжуд ҳамда характеристик функция ва тақсимот функция орасида ўзаро бир қийматли мослик мавжуд. Яъни эмпирик характеристик функциялар усулида кузатилмалар тўғрисидаги информация мавжуд. Эмпирик характеристик функциялар усули иқтисодиётда дисперсияси етарлича катта бўлган тақсимотдан олинган кузатилмалар бўлган ҳолда қўлланилади. Дисперсияси катта бўлган кузатилмалар:

1. Фирманинг ҳафталик/ойлик ишлаб чиқариш сериясида кузатилмаларни четланиши сифатида иш ташлаш ёки таътил вақтида ишни тўхтаб туриши;
2. Кундалик фоиз ставкаларидаги ўзгаришларда катта ҳажмда сотиб олишни кузатилмаларни четланиши деб қараш мумкин.

Умумий ҳолда жараёнларнинг тақсимотлари барқарор тақсимот, нормал тақсимот қоришмалари кўринишида ифодалаб бўлмайдиган ҳолларда ҳақиқатга ўхшашлик функцияси параметрик фазода чегараланмаган функция бўлади (яъни мазкур фазода унинг максимумини топиб бўлмайди).

Эмпирик характеристик функциялар усулининг энг яхши томони кузатилмалардаги барча информацияни сақлаб қолади. Эмпирик характеристик функцияларга асосланган хулоса эмпирик тақсимот функцияга асосланган хулосалар кабидир. Характеристик функцияларни қўлланилишининг афзаллиги бу функция текис чегараланганлиги сабабли натижани барқарор тақсимотга олиб келишидир.

АДАБИЁТЛАР ТАҲЛИЛИ ВА МЕТОДОЛОГИЯ

Ҳақиқатга максимал ўхшашлик усули- кенг қўлланиладиган усуллардан бири ҳисобланиб, мазкур усул ёрдамида олинган баҳолар асимптотик нормаллик, асимптотик эффективлик каби бир қанча яхши хоссаларга эга бўлади. Айрим ҳолатларда ушбу усул билан баҳолаш турли сабабларга кўра қийинчилик туғдириши мумкин. Шундай ҳолларда альтернатив баҳолаш усулларидан фойдаланишга тўғри келади. Масалан, (Hansen (1982)) нинг моментлар усули, (Bollerslev и др. (1992)) нинг шартли ҳақиқатга максимал ўхшашлик усули, (White (1982)) нинг квази-ҳақиқатга максимал ўхшашлик усули ёки (Danielsson (1994b), Duffie ва Singleton (1993)) методлари асосида

моделлаштириш мумкин. Баҳолаш усулларида бири эмпирик характеристик функциялар усулининг энг яхши томони характеристик функция ва тақсимот функция орасида ўзаро бир қийматли мослик мавжуд. Боғлиқсиз ва бир хил тақсимланган тасодифий миқдорлар учун жарактеристик функциялар усули Feuerverger, Mureika (1977) ва Csörgő (1981) олимлар томонидан ўрганилган. Умумлашган моментлар усули математик статистика ҳамда эконометрикада тақсимотлар ва эконометрик моделлар параметрларини баҳолашда кенг қўлланилади. Умумлашган моментлар усули – моменлар усулининг классик методи бўлиб, 1982 йилда Hansen томонидан таклиф этилган. Laszlo Matyas (1999) нинг монографияси умумлашган моментлар усулининг иқтисодий моделларда қўлланилишига бағишланган. Мазкур монографияда стационар авторегрессия моделлари параметрларини эффе́ктив баҳолаш масалаларига алоҳида эътибор қаратилган.

НАТИЖАЛАР

$\{X_n\}_{n \geq 1}$ – боғлиқсиз ва бир хил тақсимланган тасодифий миқдорлар кетма-кетлиги ҳамда тақсимот функцияси $F(x, \theta) = P(X_1 < x)$, $x \in R$ бўлсин, бу ерда $\theta \in \Theta$ номаълум параметр, $\Theta \in R^1$.

Номаълум параметр θ ни эмпирик характеристик функциялар усули билан баҳолаш масаласини кўрамиз:

$$C(t; \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(itx) dF(x; \theta), \quad t \in R, \quad \theta \in \Theta$$

X_1 тасодифий миқдорнинг характеристик функцияси ва унинг эмпирик баҳоси

$$C_n(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(itx) dF_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \exp(itx_j),$$

бу ерда $F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i < x)$ – эмпирик тақсимот функция ва $I(A)$ - A ҳодиса индикатори.

Эмпирик характеристик функциялар усули моҳияти: θ ни баҳолаш учун $\psi(t)$ вазн функциясини танлаб, куйидаги тенглама қурилади:

$$\int (C_n(t) - C(t; \theta)) \psi(t) dt = 0.$$

Feuerverger va Mureika (1977) ning ishlarida ψ vazn funksiyasini

$$\psi(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial \log f(x; \theta)}{\partial \theta} \exp\{-itx\} dx,$$

kўrinishda tanlash bahoning effektivligini ta'minlashi kўrsatilgan.

Masalan, normal taqsimot nomaljum parametrlarini baholash masalasini kўramiz. $X^{(n)} = (X_1, \dots, X_n)$ tanlanma $N(\theta_1, \theta_2^2)$ taqsimotdan olingan b'lsin. U holda zichlik funksiyasi quyidagi kўrinishda b'лади:

$$f(x; \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\theta_1} \exp\left\{-\frac{(x-\theta_1)^2}{2\theta_2^2}\right\}, \quad -\infty < x < +\infty, \quad \theta_1 \in (-\infty; +\infty), \quad \theta_2 \in (0; +\infty).$$

Vazn funksiyasini topamiz

$$\omega_{\theta_1}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{x-\theta_1}{\theta_2^2}\right) e^{-itx} dx = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{\theta_2^2} e^{-itx} dx - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\theta_1}{\theta_2^2} e^{-itx} dx = \frac{1}{\theta_2^2} \delta'(x) - \frac{\theta_1}{\theta_2^2} \delta(x),$$

bu erda $\delta(x) = \int e^{-itx} dx$ - Диракнинг дельта функцияси.

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega_{\theta_1}(t) \varphi_n(t) dt - \int_{-\infty}^{+\infty} \omega_{\theta_1} \varphi_{\theta}(t) dt &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{\theta_2^2} \delta'(t) - \frac{\theta_1}{\theta_2^2} \delta(t) \right) \varphi_n(t) dt - \\ &- \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{\theta_2^2} \delta'(t) - \frac{\theta_1}{\theta_2^2} \delta(t) \right) \varphi_{\theta}(t) dt = 0 \end{aligned}$$

Мазкур тенгламани ечиб, характеристик функциялар усули орқали баҳо топамиз: $\hat{\theta}_1 = \bar{x}$.

Худди шундай,

$$\begin{aligned} \omega_{\theta_2}(x) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(-\frac{1}{2\theta_2^2} + \frac{(x-\theta_1)}{2\theta_2^4} \right) e^{-itx} dx = \frac{1}{2\theta_2^4} \delta''(x) - \frac{\theta_1}{\theta_2^4} \delta'(x) + \frac{\theta_1^2 - \theta_2^2}{2\theta_2^4} \delta(x). \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \omega_{\theta_2}(t) \varphi_n(t) dt - \int_{-\infty}^{+\infty} \omega_{\theta_2}(t) \varphi_{\theta}(t) dt &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{2\theta_2^4} \delta''(t) - \frac{\theta_1}{\theta_2^4} \delta'(t) + \frac{\theta_1^2 - \theta_2^2}{2\theta_2^4} \delta(t) \right) \varphi_n(t) dt - \\ &- \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{2\theta_2^4} \delta''(t) - \frac{\theta_1}{\theta_2^4} \delta'(t) + \frac{\theta_1^2 - \theta_2^2}{2\theta_2^4} \delta(t) \right) \varphi_{\theta}(t) dt = 0 \end{aligned}$$

Бу тенгламанинг ечими $\hat{\theta}_2^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2$.

$$\begin{cases} \theta_1 = \bar{x}, \\ \theta_2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 \end{cases} - \text{характеристик функциялар усули орқали маълум тақсимот учун}$$

топилган баҳо маълум яхши баҳолаш усуллари ҳисобланган ҳақиқатга максимал ўхшашлик усули ва моментлар усуллари баҳолари билан устма-уст тушди.

ХУЛОСА

Номаълум параметрларни турли баҳолаш усуллари мавжуд бўлиб, мазкур баҳолаш усуллари ёрдамида олиган баҳолар маълум шартлар ўринлилигида асосли ва эффектив баҳолар бўлади. Мақолада бу усуллар ёрдамида баҳоларни топиш имконияти бўлмаганлигида эмпирик характеристик функциялар усулидан фойдаланиш, эмпирик характеристик функциялар усули баҳоси бошқа баҳолаш усуллари ёрдамида олинган баҳолардан афзаллиги кўрилган.

REFERENCES

1. Matyas L. *Generalized methods of moments estimation* (Cambridge University Press, New York, 1999), pp. 4-29.
2. Hansen L. Large sample properties of generalized method of moments estimators. *Econometrica*, **50**, 1029-1054 (1982).
3. Csörgő S. Estimating characteristic functions, under random censorship // *Carleton Math. Lect/ Note*. 1981. №30. P. 301-315.
4. Danielsson J. Stochastic volatility in asset prices estimation with simulated maximum likelihood. *Journal of Econometrics*, 1994, vol. 64, issue 1-2, 375-400
5. White B., Maximum Likelihood Estimation of Misspecified Models. // *Econometrica*, Vol. 50, No. 1 (Jan., 1982), pp. 1-25 (25 pages)
6. Bollerslev T., A Conditionally heteroskedastic time series model for speculative prices and rates of return. // *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 69, No. 3 1987, 542-547.
7. FEUERVERGER A., McDUNNOUGH PH. One the efficiency empirical characteristic function procedures // *J. Royal Statist. Soc. Ser. B*. 1981. Vol. 43. №1. P 20-27.
8. FEUERVERGER A., McDUNNOUGH PH. One some Fourier methods for inference // *J.A.S.A.* 1981. Vol.76. №374. P. 379-387.
9. FEUERVERGER A., McDUNNOUGH PH. One statistical transform methods and their efficiency // *Canadian J. Statist.* 1984. Vol.12. №4. P. 303-317.
10. Duffie D, Singleton K., Simulated Moments Estimation of Markov Models of Asset Prices // *Econometrica*, 1993, vol. 61, issue 4, 929-52.