ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
DOI: 10.24411/2181-1385-2021-00467

ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ АНСАМБЛЯ ТРАЕКТОРИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ВКЛЮЧЕНИЯ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

С. Отакулов
Доктор-физико-математических наук, профессор, Джизакский политехнический институт
otakulov52@mail.ru

Ф. Х. Холиярова
Старший преподаватель, Самаркандский Филиал ТУИТ им. Мухаммада Ал-Хоразмий
feruza1377@mail.ru

АННОТАЦИЯ

В работе рассматривается один класс управляемых дифференциальных включений с запаздыванием. Для этой модели динамических систем в условиях неопределенности исследована задача оптимального быстродействия ансамбля траекторий дифференциального включения. В этой задаче получены необходимые и достаточные условия оптимальности.

Ключевые слова: дифференциальное включение, запаздывающий аргумент, ансамбль траекторий, задача быстродействия, условия оптимальности.

SPEED CONTROL PROBLEM OF ENSEMBLE OF TRAJECTORIES OF DIFFERENTIAL INCLUSION WITH DELAY

S. Otakulov
Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Jizzakh Polytechnic Institute

F. Kh. Kholiyarova
Senior Teacher, Samarkand Branch of TUIT named after Muhammad Al-Khwarizmi

ABSTRACT

In the paper one class controllable differential inclusions with delay arguments is considered. For the model of dynamic systems under conditions of indeterminacy the time optimal control problem by ensemble of trajectories of differential inclusion is researched. In the control problem the necessary and sufficient conditions of optimality are obtained.

Keywords: differential inclusion, delay argument, ensemble of trajectories, time optimal control problem, conditions of optimality.

ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
DOI: 10.24411/2181-1385-2021-00467

ВВЕДЕНИЕ

Дифференциальные включения представляют большой интерес в теории оптимального управления [1, 2]. Дифференциальные включения имеют эффективные приложения в теории дифференциальных уравнений с разрывными правыми частями, в дифференциальных играх, в математической экономике и в других областях [4, 7]. Весомый вклад к развитию теории дифференциальных включений и вопросов их приложений к задачам оптимального управления внесли такие известные ученые, как Филиппов А.Ф., Wazewski T., Aubin J.P., Castaing C., Kikuchi N., Clarke F., Благодатских В.И., Куржанский А.Б., Пшеничный Б.Н., Толстоногов А.А. и многие другие исследователи.

Вопросы, касающиеся теории дифференциальных включений очень разнообразны. Изучаются дифференциально-функциональные и интегро-дифференциальные включения, дифференциальные включения в частных производных, дифференциальные включения в банаховых пространствах. Развиваются исследования задач оптимизации для дифференциальных включений с запаздываниями [3,8,11], дифференциальных включений с нечеткой правой частью и других классов дифференциальных включений и их дискретных аналогов [12,14].

Важный класс дифференциальных включений составляют управляемые дифференциальные включения вида [6,10]

$$\frac{dx}{dt} \in F(t, x, u), u \in U \ ,$$

где $F(t,x,u)$– многозначное отображение, зависящее от параметра управления $u = u(t)$. Такой класс дифференциальных включений можно использовать в качестве математической модели объектов управления, когда информация о внешних воздействиях неполная.

Одним из важных моделей реальных процессов управления являются системы с запаздываниями(отклонениями). Фактор запаздывания (отклонения) в процессе управления приводит к существенным изменениям в структуре модели. В результате возникает необходимость исследования задач управления для дифференциального включения с запаздываниями вида

$$\dot{x} \in F(t, x(t), x(t-h_1(t)),..., x(t-h_k(t)), u), \quad u \in V$$

В связи вопросами управления и наблюдения в условиях неопределенности большой интерес представляют задачи управления для дифференциальных включений, как с запаздыванием, так и без запаздывания.

ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
DOI: 10.24411/2181-1385-2021-00467

ЛИТЕРАТУРНЫЙ АНАЛИЗ И МЕТОДЫ

В исследованиях дифференциальных включений широко применяются результаты теории многозначных отображений, выпуклого и негладкого анализа [2,16]. Среди них следует отметить такие понятия, как измеримость, выпуклость, непрерывность многозначных отображений, интеграл от многозначной функции, опорная функция многозначного отображения.

Ансамбль траекторий является одним из основных понятий систем управления в условиях неопределенности[5]. Некоторые свойства множества решений и ансамбля траекторий дифференциальных включений с запаздываниями изучены в [11,13]. В частности, выявлены условия компактности и выпуклости множества абсолютно непрерывных решений. Изучены условия управляемости ансамбля траекторий, когда правая часть линейна. Различные задачи управления ансамблем траекторий рассмотрены в работах [6, 9, 10]. Здесь, развивая исследования [13,15], изучим задачу оптимального управления по быстродействию для одного класса дифференциальных включений с запаздывающим аргументом.

Рассмотрим динамическую систему управления, описываемую дифференциальным включением с запаздыванием вида

$$\dot{x} \in A(t)x + A_1(t)x(t-h) + b(t,u), \;\; t \ge t_0$$

где $\dot{x} = \dfrac{dx}{dt}$, $x - n$-вектор состояния, $u - m$-вектор управления, $b(t,u) \subset R^n$.

Динамическую систему управления (1) будем изучать в следующих предположениях: а) элементы $n \times n$-матриц $A(t)$ и $A_1(t)$ суммируемы на любом конечном отрезке $[t_0, t_1]$; б) для $\forall (t,u) \in T \times V$ множество $b(t,u)-$ выпуклый компакт из R^n. в) для любого $t_1 > t_0$ многозначное отображение $(t,u) \to b(t,u)$ измеримо по $t \in T = [t_0, t_1]$ и непрерывно по $u \in V$, причём существует суммируемая функция $\beta(t), t \in T$, такая, что

$$\|b(t,u)\| = \sup_{\gamma \in b(t,u)} \|\gamma\| \le \beta(t), \;\; \forall (t,u) \in T \times V.$$

Допустимым управлением для системы (1) будем считать каждую измеримую ограниченную на некотором отрезке $[t_0, t_1]$ m-вектор-функцию $u = u(t)$, принимающую почти всюду на $[t_0, t_1]$ значения из выпуклого компакта $V \subset R^m$. Обозначим через U_T – множество всех допустимых управлений $u = u(t)$, определенных на отрезке $T = [t_0, t_1]$.

ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
DOI: 10.24411/2181-1385-2021-00467

Допустимой траекторией, соответствующей управлению $u(\cdot)\in U_T$ и начальной функции $\varphi_0(\cdot)\in C^n(T_0)$, назовём непрерывную на $T_1=[t_0-h,t_1]$ и абсолютно непрерывную на $T=[t_0,t_1]$ n-вектор-функцию $x=x(t)$, удовлетворяющую почти всюду на T дифференциальному включению (1) и начальному условию

$$x(t)=\varphi_0(t),\ t\in T_0. \quad (2)$$

Обозначим через $H_T(u,\varphi_0)$ множество всех допустимых траекторий системы (1), соответствующих допустимому управлению $u(\cdot)\in U_T$ и начальной функции $\varphi_0(\cdot)\in C^n(T_0)$, т.е. начальному условию (2).

Положим

$$X_T(t,u,\varphi_0)=\{\xi=x(t):x(\cdot)\in H_T(u,\varphi_0)\},\ t\in T=[t_0,t_1]. \quad (3)$$

Многозначное отображение $t\to X(t,u,\varphi_0), t\in T=[t_0,t_1]$ представляет собой ансамбль траекторий системы (1), соответствующих управлению $u(\cdot)\in U_T$ и начальной функции $\varphi_0(\cdot)\in C^n(T_0)$.

Предположим, что задано выпуклое, замкнутое и ограниченное множество $M(t)\subset R^n$, непрерывно зависящее от $t\geq t_0$.

Рассмотрим задачу оптимального управления по быстродействию, т.е. следующую задачу о наибыстрейшем достижении ансамблем траекторий множества терминальных состояний:

найти управление $u^*(t),\ t\in[t_0,t_1^*]$, которое минимизирует время $t_1=t_1(u)$, при котором справедливо терминальное ограничение

$$X_T(t_1,u,\varphi_0)\cap M(t_1)\neq\varnothing, \exists u(\cdot)\in U_T. \quad (4)$$

Управление $u^*(t),\ t\in[t_0,t_1^*]$, для которого $t_1(u^*)$ – время выполнения ограничения (4) минимальное, назовём оптимальным управлением, а $t_1^*=t_1(u^*)$ – оптимальным временем быстродействия.

Поставленная задача отличается от задачи управления по быстродействию ансамблем траекторий, рассмотренной в работе [15].

Основная цель работы – выяснение условий, из которых возможно нахождение оптимального времени и оптимального управления.

Из результатов работы [13] следует, что для всех $u(\cdot)\in U_T$ и $\varphi_0(\cdot)\in C^n(T_0)$, $t\in T=[t_0,t_1]$ имеют место соотношения

$$H_T(u,\varphi_0)\in\Omega^0(C^n(T_1)),\ X_T(t,u,\varphi_0)\in\Omega^0(R^n); \quad (5)$$

многозначные отображения $u\to H_T(u,\varphi_0)$ и $(t,u)\to X_T(t,u,\varphi_0)$ непрерывны.

ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
DOI: 10.24411/2181-1385-2021-00467

В дополнении к свойствам (5) утверждаем, что согласно результатам работ [11, 14] для множества $X_T(t,u,\varphi_0)$ справедливо представление

$$X_T(t,u,\varphi_0)=S(t,\varphi_0)+\int_{t_0}^{t}F(t,\tau)b(\tau,u(\tau))d\tau, \tag{6}$$

где $F(t,\tau)$ – $n\times n$-матричная функция, удовлетворяющая уравнению

$$\frac{\partial F(t,\tau)}{\partial\tau}=-F(t,\tau)A(\tau)-F(t,\tau+h)A_1(\tau+h),\quad \tau\le t,$$

$$F(t,t-0)=E,\quad F(t,\tau)\equiv 0,\quad \tau\ge t+0,$$

$$S(t,\varphi_0)=F(t,t_0)\varphi_0(t_0)+\int_{t_0}^{t_0+h}F(t,\tau)A_1(\tau)\varphi_0(\tau-h)d\tau,$$

E – единичная $n\times n$-матрица.

Положим

$$\Phi(t)=\bigcup_{u\in U_T}X_T(t,u,\varphi_0)-M(t),\quad t\in T=[t_0,t_1]. \tag{7}$$

Используя представление (6) и свойств интеграла от многозначных отображений, нетрудно показать, что для множества $\Phi(t)$, определённого формулой (7), справедливо равенство

$$\Phi(t)=S(t,\varphi_0)+\int_{t_0}^{t}F(t,\tau)b(\tau,V)dx-M(t), \tag{8}$$

где $b(t,V)=\bigcup_{v\in V}b(t,v)$. В силу формулы (8) множество $\Phi(t)$ является выпуклым компактом R^n.

Пусть $x(\cdot)\in H_T(u,\varphi_0)$, $u(\cdot)\in U_T$, $T=[t_0,t_1]$. Тогда для почти всех $t\in T=[t_0,t_1]$

$$\|\dot{x}(t)\|\le\|A(t)\|\|x(t)\|+\|A_1(t)\|\|x(t-h)\|+\|b(t,V)\|. \tag{9}$$

Следовательно,

$$\sigma(\tau)\le\|\varphi_0(t_0)\|+\int_{t_0}^{t_1}\beta(s)ds+2\int_{t_0}^{t}\beta_1(s)\sigma(s)ds,\quad t\in[t_0,t_1], \tag{10}$$

где $\sigma(s)=\max\limits_{t_0-h\le\tau\le s}\|x(\tau)\|$, $\beta_1(s)=\|A(s)\|+\|A_1(s)\|$.

Теперь, применяя лемму Гронуолла-Беллмана об интегральных неравенствах , из (10) получим оценку

$$\|x(t)\|\le\sigma(t)\le K_1,\quad t\in[t_0,t_1], \tag{11}$$

где

$$K_1=\left[\|\varphi_0(t_0)\|+\int_{t_0}^{t_1}\beta(s)ds\right]\exp\left(2\int_{t_0}^{t_1}\beta_1(s)ds\right).$$

Учитывая (11), из (9) имеем

ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
DOI: 10.24411/2181-1385-2021-00467

$$\|\dot{x}(t)\| \le 2\beta_1(t)K_1 + \beta(t), \quad t \in [t_0, t_1].$$

Следовательно,

$$\|x(\tau_1) - x(\tau_2)\| \le \left| \int_{\tau_1}^{\tau_2} [2K_1\beta_1(t) + \beta(t)]dt \right|, \quad \forall \tau_1, \tau_2 \in [t_0, t_1]. \tag{12}$$

Используя (12), можно показать, что

$$h(X_T(\tau_1, u, \varphi_0), X_T(\tau_2, u, \varphi_0)) \le \left| \int_{\tau_1}^{\tau_2} \beta_2(t)dt \right|, \tag{13}$$

где $\beta_2(t) = 2K_1\beta_1(t) + \beta(t)$, $h(X_T(\tau_1, u, \varphi_0), X_T(\tau_2, u, \varphi_0))$ – Хаусдорфово расстояние между компактами $X_T(\tau_1, u, \varphi_0)$ и $X_T(\tau_2, u, \varphi_0)$. Имеем:

$$h\Big(\bigcup_{u\in U_T} X_T(\tau_1, u, \varphi_0), \bigcup_{u\in U_T} X_T(\tau_2, u, \varphi_0)\Big) \le \sup_{u\in U_T} h(X_T(\tau_1, u, \varphi_0), X_T(\tau_2, u, \varphi_0)) \tag{14}$$

Теперь из (13) и (14) получим, что многозначное отображение $t \to \bigcup_{u\in U_T} X_T(t, u, \varphi_0)$ непрерывно на $T = [t_0, t_1]$.

Итак, мы показали, что множество $\Phi(t)$ выпукло, замкнуто, ограничено и непрерывно зависит от $t \in [t_0, t_1]$ при каждом $t_1 > t_0$.

Приведенные вспомогательные результаты будут использованы для изучения условий оптимальности в поставленной задаче быстродействия.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Рассмотрим функцию

$$\mu(t, \psi) = \sup_{u\in U_T} C(X_T(t, u, \varphi_0), \psi) + C(-M(t), \psi), t \in T = [t_0, t_1], \psi \in R^n. \tag{15}$$

где $C(Q, \psi) = \sup_{q\in Q}(q, \psi)$ – опорная функция множества $Q \subset R^n$.

Используя (6), можно получить формулу для опорной функции множества $X_T(t, u, \varphi_0)$:

$$C(X_T(t, u, \varphi_0), \psi) = (S(t, \varphi_0), \psi) + \int_{t_0}^{t} C(F(t, \tau)b(\tau, u(\tau)), \psi)d\tau + C(-M(t), \psi).$$

Следовательно, в силу свойств опорных функций из лемм 1 и 2 вытекает

Лемма 1. Функция $\mu(t, \psi)$ непрерывна на $[t_0, t_1] \times R^n$ при каждом $t_1 > t_0$, причем справедливо равенство

$$\mu(t, \psi) = (S(t, \varphi_0), \psi) + \int_{t_0}^{t} \max_{v\in V} C(F(t, \tau)b(\tau, v), \psi)d\tau + C(-M(t), \psi). \tag{16}$$

Лемма 2. Функция $\gamma(t)$, определенная формулой

ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
DOI: 10.24411/2181-1385-2021-00467

$$\gamma(t)=\inf_{\|\psi\|=1}\left[\left(S(t,\varphi_0),\psi\right)+\int_{t_0}^{t}\max_{v\in V}C\left(F(t,\tau)b(\tau,v),\psi\right)d\tau+C\left(-M(t),\psi\right)\right],t\geq t_0, \ (17)$$

является непрерывной при $t \geq t_0$.

Теперь эти утверждения будем использовать для выяснения условий оптимальности в задаче быстродействия.

Ясно, что терминальное ограничение (4) имеет место тогда и только тогда, если $0\in X_T(t_1,u,\varphi_0)-M(t_1)$, $T=[t_0,t_1]$. Значит, ограничение (4) равносильно условию

$$0\in\Phi(t_1). \ (18)$$

Таким образом, для оптимального момента времени t_1^* справедлива формула:

$$t_1^*=\inf\{t_1: 0\in\Phi(t_1)\}. \ (19)$$

Так как соотношение (18) равносильно неравенству $\inf\limits_{\|\psi\|=1}C(\Phi(t_1),\psi)\geq 0$, а функция $\mu(t_1,\psi)$, определенная формулой (16), является опорной функцией множества $\Phi(t_1)$, то из равенства (19) получим

$$t_1^*=\inf\left\{t_1:\inf_{\|\psi\|=1}\mu(t_1,\psi)\geq 0\right\}. \ (20)$$

Далее, в силу формул (16) и (17 имеем

$$\gamma(t)=\inf_{\|\psi\|=1}\mu(t,\psi). \ (21)$$

Поэтому, учитывая лемму 1, получим, что функция $\gamma(t)$ является непрерывной при всех $t\geq t_0$. Следовательно,

$$t_1^*=\inf\left\{t_1:\inf_{\|\psi\|=1}\mu(t_1,\psi)\geq 0\right\}=\min\left\{t_1:\inf_{\|\psi\|=1}\mu(t,\psi)=0\right\}. \ (22)$$

Итак, справедлива следующая

Теорема 1. Оптимальное время t_1^* в задаче быстродействия является минимальным корнем уравнения

$$\gamma(t)=0,\ t\geq t_0, \ (23)$$

где $\gamma(t)$ имеет вид (17).

Приведем необходимые условия оптимальности.

Теорема 2. Пусть $u^*(t)$, $t\in[t_0,t_1^*]$ – оптимальное управление в задаче быстродействия, а t_1^* – оптимальное время. Тогда для почти всех $t\in[t_0,t_1^*]$ выполняется равенство

$$C(F(t_1^*,t)b(t,u^*(t)),\psi^*)=\max_{v\in V}C(F(t_1^*,t)b(t,v),\psi^*), \qquad (24)$$

ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
DOI: 10.24411/2181-1385-2021-00467

где вектор $\psi^* \in R^n$, $\|\psi^*\| = 1$, такой, что

$$\mu(t_1^*, \psi^*) = \min_{\|\psi\|=1} \mu(t_1^*, \psi), \tag{25}$$

функция $\mu(t, \psi)$ определена формулой (16).

Доказательство. Так как t_1^* - оптимальное время, то в силу теоремы 1 $\gamma(t_1^*) = 0$, т.е.

$$\inf_{\|\psi\|=1} \left[\left(S(t_1^*, \varphi_0), \psi \right) + \int_{t_1}^{t_1^*} \max_{v \in V} C\left(F(t_1^*, t) b(t, v), \psi \right) dt + C\left(-M(t_1^*), \psi \right) \right] = 0 .$$

В силу непрерывности функции $\psi \to \mu(t_1^*, \psi)$ и компактности единичной сферы $\{\psi : \|\psi\| = 1\}$, существует вектор $\psi^* \in R^n$, $\|\psi^*\| = 1$, такой, что выполняется (.25). Тогда в силу последнего равенства имеем

$$\left(S(t_1^*, \varphi_0), \psi^* \right) + \int_{t_{10}}^{t_1^*} \max_{v \in V} C\left(F(t_1^*, t) b(t, v), \psi^* \right) dt + C\left(-M(t_1^*), \psi^* \right) = 0 . \tag{26}$$

С другой стороны, ясно, что для оптимального управления $u^*(t)$, $t \in T^* = [t_0, t_1^*]$, выполняется соотношение $X_{T^*}(t_1^*, u^*, \varphi_0) \cap M(t_1^*) \neq \varnothing$, т.е.

$$0 \in X_{T^*}(t_1^*, u^*, \varphi_0) - M(t_1^*) .$$

В силу выпуклости и компактности множеств $X_{T^*}(t_1^*, u^*, \varphi_0)$ и $M(t_1^*)$ последнее равносильно неравенству

$$\inf_{\|\psi\|=1} \left[C\left(X(t_1^*, u^*, \varphi_0), \psi \right) + C\left(-M(t_1^*), \psi \right) \right] \geq 0 . \tag{27}$$

Так как $X_{T^*}(t, u^*, \varphi_0) -$ выпуклый компакт, непрерывно зависящий от $t \in T^* = [t_0, t_1^*]$, то функция $(t, \psi) \to C\left(X(t, u^*, \varphi_0), \psi \right)$ непрерывна на $[t_0, t_1^*] \times R^n$. Следовательно, функция $\eta(t) = \inf_{\|\psi\|=1} \left[C\left(X_{T^*}(t, u^*, \varphi_0), \psi \right) + C\left(-M(t), \psi \right) \right]$

непрерывна на $[t_0, t_1^*]$.

В (27) строгое неравенство быть не может. Итак, с учётом формулы

$$C(X_{T^*}(t_1^*, u^*, \varphi_0), \psi) = (S(t_1^*, \varphi_0), \psi) + \int_{t_0}^{t_1^*} C(F(t_1^*, \tau) b(\tau, u(\tau)), \psi) d\tau + C(-M(t_1^*), \psi)$$

имеем:

$$\inf_{\|\psi\|=1} \left[S((t_1^*, \varphi_0), \psi) + \int_{t_0}^{t_1^*} C\left(F(t_1^*, t) b(t, u^*(t)), \psi \right) + C\left(-M(t_1^*), \psi \right) \right] = 0 . \tag{28}$$

Теперь из (26) и (28) легко следует, что

ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
DOI: 10.24411/2181-1385-2021-00467

$$\int_{t_0}^{t_1^*}\left[\max_{v\in V} C\left(F(t_1^*,t)b(t,v),\psi^*\right)-C\left(F(t_1^*,t)b(t,u^*(t)),\psi^*\right)\right]dt=0.$$

Отсюда, используя свойств интеграла Лебега, получим справедливость равенство (24).

Достаточные условия оптимальности приведены в следующей теореме.

Теорема 3. Пусть t_1^* - минимальный корень уравнения (23), а вектор $\psi^*\in R^n$, $\|\psi^*\|=1$, удовлетворяет условию (25). Предположим, что измеримое ограниченное управление $u^*(t)$ для почти всех $t\in T^*=[t_0,t_1^*]$ удовлетворяет равенству (24), причём из этого равенства значение $u^*(t)$ определятся однозначно. Тогда $u^*(t)$, $t\in T^*=[t_0,t_1^*]$, является оптимальным управлением в задаче быстродействия.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В работе исследована задача оптимального быстродействия в смысле минимизации время достижения ансамблем траекторий управляемого дифференциального включения (1) множества терминальных состояний M. Одна из особенностей рассмотренной задачи является управление целиком ансамблем траекторий системы. Другая – подвижность множества терминальных состояний: $M=M(t), t\ge t_0$. Подвижное терминальное множество часто встречается в прикладных задачах. В частности, такое множество может играть роль множества возможных фазовых состояний другой динамической системы, управляемой независимо от рассмотренной нами системы (1).

Приведем два замечания относительно полученных результатов.

1^0. Теорема 3 показывает, что требование однозначного определения значения $u^*(t)$, $t\in[t_0,t_1^*]$ управления из условия (24) является достаточным условием оптимальности в рассматриваемой задаче быстродействия. Это условие будет выполнено, например, если опорная функция $C(b(t,u),\psi)$ строго вогнута по $u\in V$ при всех $t\ge t_0$ и $\psi\in R^n$.

2^0. Для оптимального времени быстродействия t_1^* множества $X(t_1^*,U_{T^*},\varphi_0)=\bigcup_{u\in U_{T^*}} X(t_1^*,u,\varphi_0)$ и $M(t_1^*)$ пересекаются. Множество $X(t_1^*,U_{T^*},\varphi_0)$ и терминальное множество $M(t_1^*)$ имеют общие граничные точки, лежащие в общей гиперплоскости $(\psi^*,x)=\gamma_1$, $\gamma_1=C\left(X(t_1^*,U_{T^*},\psi^*)\right)=-C\left(-M(t_1^*),\psi^*\right)$.

ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
DOI: 10.24411/2181-1385-2021-00467

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Согласно полученным результатам, построение оптимального управления в рассмотренной задаче быстродействия можно осуществить в следующих этапах: сначала следует найти минимальный корень t_1^* уравнения (23); далее находим вектор $\psi^* \in R^n$, $\|\psi^*\| = 1$, удовлетворяющий условию (25); после этого оптимальное управление $u^* = u^*(t), t \in T$, определяется из условия максимума (24).

REFERENCES

1. Blagodatskikh V.I, Filippov A.F. (1985). Differential inclusions and optimal control, Trudy Mat. Inst, AN SSSR, vol.169 . pp. 194-252.
2. Borosovich Yu.G, Gelman B.D, Mishkis A.D.,Obukhovskiy V.V. (2005). Introduction in theory multivalued maps and differential inclusions, КомKniga, Moskow.
3. Duda E.V., Minchenko L.I. (1997). About the optimal trajectories of differential inclusions with delay. Differential equation, vol. 33, No. 8. pp. 1023-1029.
4. Clarke F. (1983). Optimization and nonsmooth analysis, Willey & Sons, Ney York.
5. Kurzhanskiy A.B. (1977). Control and observation under conditions of indeterminacy, Nauka, Moskow .
6. Kurzhanskaya N.A. (1985). Optimal control of bunch trajectories of system with parameter of uncertain. vol. 21, No,3. pp. 404–410.
7. Makarov V.L., Rubinov A.M. (1973). Mathematical theory of the economical dynamic and balance. Moskow, Nauka .
8. Minchenko L.I.,Tarakanov A.N. (2004). Methods of set-valued analysis in the research of control problem of differential inclusion with delays. Dokl. BGUIR , No.1. pp. 27-37.
9. Ovsyannikov D.A. (1981). Mathematical methods of control bunch of trajectories. Leningrad, Izd-vo LGU.
10. Otakulov S. (2019). The control problems of ensemble trajectories for differential inclusions, Riga, Lambert Academic Publishing.
11. Otakulov S. (2004).On the minimization problem of reachable set estimation of control system. IFAK Workshop on Generalized Solutions in Control Problems (GSCP–2004). Pereslavl-Zalessky, Russia, Septembe, 2004. pp. 212-217.

ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
DOI: 10.24411/2181-1385-2021-00467

12. Otakulov S., Sobirova G.D. (2008). Conditions of optimality in the control problem for ensemble trajectories of differential inclusion, Uzbek Mathematical Journal, No. 2. pp. 81–89.
13. Otakulov S., Kholiyarova F.Kh. (2005). On the theory differential inclusions with delay argument. Dokl. An, RUz., No. 3. pp.14–17.
14. Otakulov S., Rahimov B. Sh. (2020). About the property of controllability an ensamble of trajectories of differential inclusion. International Enjineering Journal for Research & Development. Vol.5, issue 4. pp.366-374.
15. Otakulov S., Kholiyarova F.Kh. **(**2020) Time optimal control problem of ensemble trajectories of differential inclusion with delays. Journal of Advanced Research in dynamical and Control Systems, vol.12, issue 6, 2020. pp. 1043-1050.
16. Polovinkin E.S. (2015). Multivalued analysis and differential inclusions. Moskow, Fizmatlit.