ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
DOI: 10.24411/2181-1385-2021-00731

MATEMATIK MODELLARNI TUZISHDA VARIATSION TAMOILLAR

Tulkin Islamovich Primov
Toshkent kimyo-texnologiya instituti Shahrisabz filiali katta o'qituvchisi
tprimov_197070@mail.ru

Shuhrat Zarifovich Qurbonov
Toshkent kimyo-texnologiya instituti Shahrisabz filiali assistenti
shuhratqurbonov544@gmail.com

ANNOTATSIYA

Matematik modellashtirish, ob'yektning matematik modeli, o'lchov birliklari tizimlari, variatsion tamoyillar, tizimning elementlari, jismoniy, biologik yoki ijtimoiy hodisalar va ularni tavsiflovchi sifatlar.

Kalit so'zlar: Matematik modellashtirish, matematik model, o'lchov birliklari tizimlari, variatsion tamoyillar, tizimning elementlari, hodisalar.

ABSTRACT

Mathematical modeling, mathematical model of an object, systems of units of measurement, principles of variation, elements of the system, physical, biological or social phenomena and their descriptive properties.

Keywords: Mathematical modeling, mathematical model, systems of units of measurement, principles of variation, elements of the system, events.

KIRISH

Variatsion tamoyillar: Matematik modellarni tuzishning usullaridan biri variatsion tamoyillar bilan bog'liq. Variatsion tamoyilda aytilishicha, o'rganilayotgan ob'ektning barcha mumkin bo'lgan harakatlaridan faqat ob'ekt bilan bog'liq bo'lgan biron bir kattalik ekstremal qiymatiga erishadigan jihati hisobga olinadi.

Muayyan mexanik tizimning harakatini ko'rib chiqish orqali variatsion tamoyilning mohiyatini qisqacha tushuntirib beramiz. Varyatsion tamoyildan foydalanganda harakat - umumlashtirilgan koordinatalar q, umumlashtirilgan tezliklar $\dot{q}$ va t vaqtning koordinatalaridan qurilgan konfiguratsion fazo yordamida tavsiflanadi. Harakatning har bir bosqichida q (t) va $\dot{q}$ (t) kattaliklar to'plami bilan to'liq aniqlanadigan ushbu nazariyaning asosiy tushunchalari Lagranj funktsiyasi - L va Gamilton bo'yicha harakat tushunchalari - S dir.

ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
DOI: 10.24411/2181-1385-2021-00731

METODOLOGIYA

Lagranj funksiyasi L = L (q (t), q̇ (t)) kinetik va potensial energiyalar orasidagi farqga teng, S harakat esa quyidagi

$$S(q) = \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{L}\, dt$$

funksional sifatida aniqlanadi. Bu funksional $[t_1, t_2]$ oralig'ida aniqlangan har bir q (t) funktsiyaga biror haqiqiy sonni mos keltiradi. Gamilton prinsipiga ko'ra, haqiqatda harakat minimal (umuman olganda - ekstremal) bo'lishi kerak. Bu quyidagi tenglik bilan ifodalanadi:

$$\delta S = 0 \quad (1.1.1)$$

Bu erda δ belgisi matematik variatsiya amalini bildiradi. (1.1.1) tenglikni batafsilroq quyidagicha yozish mumkin:

$$\frac{d}{d\varepsilon}\int_{t_1}^{t_2} \mathcal{L}\left(q + \varepsilon\varphi, \frac{d(q+\varepsilon\varphi)}{dt}\right) dt\Big|_{\varepsilon=0} = 0 \quad (1.1.2)$$

bu erda φ(t) ixtiyoriy funksiya bo'lib, u $t = t_1$ va $t = t_2$ da nolga aylanadi, εφ (t) - q (t) ning o'zgarishi. (1.1.2) tenglama kerakli modelni beradi.

MUHOKAMA VA NATIJALAR

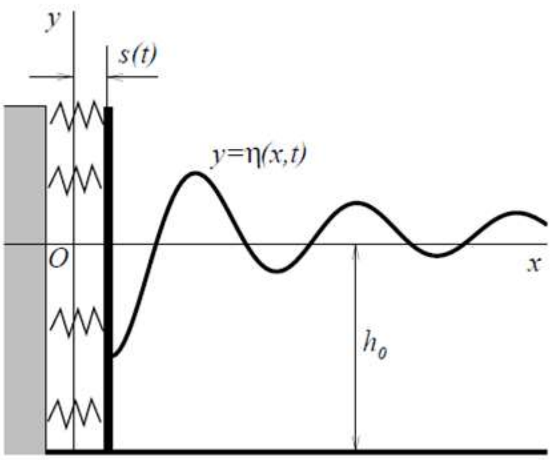
Variatsion prinsip yordamida eng sodda matematik modelni olishga misol keltiramiz. Hozirgi vaqtda energetikani rivojlantirishning istiqbolli yo'nalishlaridan biri bu sirt to'lqinlarining mexanik energiyasidan foydalangan holda to'lqinli elektr stansiyalarini yaratishdir. Ushbu yo'nalishda intensiv laboratoriya tadqiqotlari olib borilmoqda va stansiyalarning alohida elementlarini hisoblashning turli xil analitik usullari taklif etilmoqda. Adekvat matematik modellarga asoslangan hisoblash eksperimenti to'lqinlarning stantsiyalarning ishchi elementlariga ta'siri tasvirini batafsil ravishda ifodalashiga imkon yaratishi shubhasiz.

Bu yerda biz kelayotgan to'lqinlar harakatlanuvchi devorga ta'sir qiladigan eng oddiy modelni o'rnatishni ko'rib chiqamiz, uning harakati davomida to'lqin energiyasi elektr energiyasini ishlab chiqaruvchi qurilmaning mexanik energiyasiga aylanadi. To'lqinlarning devor bilan o'zaro ta'sirini tavsiflash uchun harakatsiz vertikal devori bo'lgan sohadagi suyuqlikning to'lqin harakati masalasiga o'tish mumkin, bu esa statsionar blokga prujinalar bilan biriktirilgan (2-rasm) va bu to'lqin yuklari, prujinalarning tiklovchi kuchi, ishqalanish kuchlari, suvga chidamliligi va boshqa kuchlar bilan belgilanadi.

Shunga o'xshash model muammosi sirt to'lqinlari ta'sirida bo'lgan katta konstruktsiyalarning elastik devorlari xatti-harakatlarini o'rganishda paydo bo'lishiga e'tibor bering. Bu erda gidroelastiklik bilan bog'liq muammoni hal qilish kerak,

ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
DOI: 10.24411/2181-1385-2021-00731

chunki devorlarning deformatsiyalari to'lqin bosimiga bog'liq bo'lib, bu o'z navbatida devorlarning elastik xususiyatlariga bog'liq, bu holda, sodir bo'layotgan jarayonlarning beqarorligi va notekisligini hisobga olish kerak. Ushbu turdagi masalalar, shuningdek, neft ishlab chiqaradigan dengiz platformalari va suzuvchi aerodromlar uchun harakatlanuvchi to'lqinlardan himoya devorlarini loyihalashda ham paydo bo'ladi.



2 - rasm. Sirt to'lqinlarining elastik qat'iy vertikal devor bilan o'zaro ta'siri sxemasi

Devorning holati gorizontal koordinatasi s (t) bilan aniqlansin, bunda s = 0 koordinatasi devorning prujinalarning yuklanmagan holatiga to'g'ri keladi (2-rasmga qarang).

Nyuton qonuniga ko'ra devorning gorizontal siljishi tenglamasi quyidagi shaklga ega:

$$m\ddot{s} = -ks + F, \quad (1.1.3)$$

bu yerda m - devorning massasi, k - prujinalarning qattiqlik koeffisienti, prujinalarning tiklanish kuchi −ks alohida ajratib ko’rsatiladi va boshqa barcha kuchlarning umumiy ta'siri F bilan belgilanadi.

Matematik modelni variatsion usul bilan olishda biz devorga yagona kuch - prujinalarning elastik kuchi (F ≡ 0) ta'sir qilgandagi eng oddiy holatni ko'rib chiqamiz. U holda kinetik va potentsial energiyalar orasidagi farqga teng bo'lgan Lagranj funksiyasi quyidagi shaklni oladi:

$$\mathcal{L} = \frac{m}{2}\dot{s}^{\,2} - \frac{k}{2}s^2,$$

va

$$S(s) = \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{m}{2}\dot{s}^{\,2} - \frac{k}{2}s^2\right) dt\,,$$

va s(t) kattalikning εφ(t) variatsiyasi bo'yicha harakat tenglamasi quyidagicha yoziladi:

ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
DOI: 10.24411/2181-1385-2021-00731

$$S(s+\varepsilon\varphi) = \int_{t_1}^{t_2}\left[\frac{m}{2}\left(\frac{d}{dt}(s+\ \varepsilon\varphi)\right)^{2} - \frac{k}{2}(s+\ \varepsilon\varphi)^{2}\right]dt\,.$$

Shuning uchun bizning misolimizda (1.1.2) tenglamani quyidagi shaklda yozish mumkin:

$$0 = \frac{dS(s+\varepsilon\varphi)}{d\varepsilon}\Big|_{\ \varepsilon=0} =$$

$$= \int_{t_1}^{t_2}\left[m\left\{\frac{ds}{dt}\frac{d\varphi}{dt} + \varepsilon\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^{2}\right\} - k(s\varphi + \varepsilon\varphi^{2})\right]dt\Big|_{\ \varepsilon=0} =$$

$$= \int_{t_1}^{t_2}\left[m\frac{ds}{dt}\frac{d\varphi}{dt} - ks\varphi\right]dt\,.$$

Sinov funktsiyasi φ t_1 va t_2 vaqtlarda nolga teng bo'lgani uchun bo'laklab integrallash formulasini

$$\int_{t_1}^{t_2}\ \frac{ds}{dt}\frac{d\varphi}{dt}dt = -\int_{t_1}^{t_2}\ \frac{d^2s}{dt^2}\varphi dt$$

hisobga olgan holda ko’rilayotgan masala uchun (1.1.2) tenglamaning quyidagi yakuniy shakliga ega bo’lamiz:

$$\int_{t_1}^{t_2}\left[m\frac{d^2s}{dt^2} + ks\right]\ \varphi dt = 0$$

φ funksiyasi ixtiyoriy bo'lgani uchun, kvadrat qavsdagi ifoda har bir $t \in (t_1, t_2)$ uchun nolga teng bo'lgan taqdirdagina nolga teng bo'lishi mumkin:

$$m\ddot{s} = -ks \quad (1.1.4)$$

ya'ni, devor harakati Nyuton qonuni asosida olingan (1.1.3) tenglamaga ($F \equiv 0$) to'g'ri keladigan tenglama bilan ifodalanadi.

(1.1.4) tenglamaning yechimi

$$s\,(t) = \alpha \sin \omega t + \beta \cos \omega t \quad (1.1.5)$$

devorning $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ chastotali garmonik tebranishlarini tavsiflaydi, bunda α va β ko'paytuvchilarning qiymatlari dastlabki ma'lumotlardan aniqlanadi: devorning vaqtning boshlang'ich $s(0)$ momentidagi holati va uning $\dot{s}(0)$ tezligi.

XULOSA

Ta'kidlaymizki, har qanday hodisalar sinfiga nisbatan shakllangan variatsion tamoillar nafaqat mexanik, balki fizik, kimyoviy, biologik va boshqa jarayonlarning matematik modellarini bir xilda qurish imkonini beradi.

REFERENCES

1. Г. С. Хакимзянов, Математическое моделирование, Новосибирск, 2014
2. Н. Н.Баутин, Методы и методы качественного исследования динамики чешской системы на плоскости, Москва, Наука, 1990.

ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
DOI: 10.24411/2181-1385-2021-00731

3. В. М. Белолипецкий, Математическое моделирование в задачах охраны окружающей среды, Новосибирск, 1997.
4. Gershenfield N. A. The nature of mathematical modeling , Cambridge University Press, 2000.
5. Primov T.I. Matematik modellashtirishning umumiy prinsiplari. «Экономика и социум», Выпуск №2(81) часть 1 (февраль, 2021).