

OPERATORLAR NAZARYASI

Alfiya Shermurotovna Xudoyberdiyeva

“TIQXMMI” MTU ning Qarshi irrigatsiya va agrotexnologiyalar instituti assistenti

ANNOTATSIYA

Maqola operatorlar nazaryasiga doir masalalarni yechishdan olingan natijalarning xossalari bag'ishlangan. operatorlari nazaryasi albatta operatorlar nazaryasining eng kata bo'g'inidir, biroq biz ushbu operatorlarni kompleks analizning malum bir qismlarida va matematika-fizika tenglamalarini yechishda qo'llay olishimiz lozim. Chunki Nyoter operatorlar nazaryasi chegaraviy masalalarini yechishda asosiy rol o'ynaydi. Shunda asosiy maqsadimizga yetamiz. Sababi biz Nyoter operatorlar nazaryasini ishlab chiqishimiz lozim.

Kalit so'zlar: operator, indeks, Xausdorf fazosi operatorning noli, yadro, singulyar integral, o'lchov, yechim, chegaralan fazo

Aytaylik, X_1 va X_2 banax fazosi bo'lsin. Agar A operatorning aniqlanish sohasi D_A to'plam X_1 bilan qiymatlar sohasi R_A to'plam X_2 bilan ustma-ust tushsa A operator X_1 fazoni X_2 fazoga akslantiradi deyiladi

$$Ax = 0 \quad (1)$$

tenglamaning yechimlari to'plami A operatorning nollari to'plami yoki yadrosi deyiladi va $\text{Ker}(A)$ ko'rinishda belgilanadi.

Biz qarayotgan A operator chegaralangan holda, $\text{Ker}(A)$ to'plam, X_1 fazoning qism fazosi bo'ladi (1) tenglamaning chiziqli erkli yechimlari sohasi α_A ni $\text{Ker}(A)$ ning o'lchami deyiladi va $\alpha_A = \dim \text{Ker}(A)$ bilan belgilanadi. Aytaylik X_1 va X_2 fazolarda aniqlangan chiziq chegaralangan funksiyalar fazosini mos ravishda X_1^* va X_2^* orqali belgilaymiz. X_1^* va X_2^* lar mos ravishda X_1 va X_2 larning qo'shma fazolari deyiladi. Qaralayotgan A operatorning qo'shmasi A^* orqali belgilaymiz. A^* operator X_1^* fazoni X_2^* fazoga akslantiradi.

$$A^*u = 0 \quad (2)$$

Tenglamaning barcha yechimlari to'plami A^* operatorning nollari yoki A^* operatorning yadrosi deyiladi va $\text{Ker}(A^*)$ ko'rinishda belgilanadi.

$\text{Ker}(A^*)$ to'plam X_2^* fazoning qism fazosi bo'ladi (2)

tenglamaning chiziqli erkli yechimlari soni α_{A^*} ni $Ker(A^*)$ o'lchami deyiladi va $\alpha_{A^*} = \dim Ker(A^*)$ deb belgilanadi.

A operator Xausdorf ma'nosida normal yechiladi deyiladi, agar bir jinsli bo'lmagan

$$Ax_1 = x_2 \quad (3)$$

tenglamaning o'ng tomonidagi x_2 lar qo'shma bir jinsli (2) tenglamaning barcha yechimlariga ortogon bo'lganda yechilsa Boshqacha qilib aytganda, u barcha $u \in Ker A^*$ uchun faqat va faqat

$$u(x_2) = 0 \quad (4)$$

Bo'lganda yechimga ega bo'lsa. Yanada boshqacha aytganda, A operator normal yechiladi deyiladi, faqat va faqat uning R_A qiymat to'plami A^* qo'shma operatorning $Ker(A^*)$ yadrosining orthogonal to'ldiruvchisi bo'ladi.

Endi Nyoter operator va indeksiga ta'rif beramiz.

Ta'rif 1. Chiziqli chegaralangan

$$A: X_1 \rightarrow X_2$$

operator Nyoter operatori deyiladi, agar

- 1) A operator normal yechilsa;
- 2) α_A va α_{A^*} sonlar chekli bo'lsa;

Ta'rif 2. A Nyoter operatorining indeksi, $IndA$ deb

$$IndA = \alpha_A - \alpha_{A^*}$$

butun songa aytiladi.

Nyoter operatoriga Koshi yadroli singulyar integral operator misol bo'la oladi. (3) tenglamada A – Nyoter operatori bo'lsa, x_1 – izlanayotgan, x_2 – esa berilgan elementlar bo'lsa, u holda operator $Ax_1 = x_2$ tenglama Nyoter tenglamasi, deyiladi;

$IndA$ esa berilgan bu tenglamaning indeksi hisoblanadi.

Nyoter operatori va uning indeksini yuqorida berilgan ta'riflarga teng kuchli bo'lgan ta'riflarni keltiramiz.

Malum bo'lishicha, A operatorning normal yechilishi sharti A operatorning qiymatlar sohasi R_A to'plamning yopiqlik shartiga, ya'ni $R_A = \tilde{R}_A$ teng kuchli ekan. Faraz qilaylik oxirgi shart bajarilsin, u holda X_2 / R_A factor fazoni qarash mumkin. Bu factor fazo A operatorning koyadrosi deyiladi va uni $Coker A$ simvoli bilan belgilaymiz;

$\text{Coker } A = X_2 / l_A$ va $\beta_A = \dim \text{Coker } A$ orqali belgilaymiz $\text{Ker } A^*$ qism fazosi cheklin o'lchamli bo'ladi, faqat va faqat $\text{Coker } A$ factor-fazo chekli o'lchamli bo'lsa, bu holda

$$\alpha_{A^*} = \beta_A$$

bo'ladi.

Yuqoridagi ta'riflarga teng kuchli bo'lgan ta'riflarni keltiramiz;

Ta'rif 1. Chiziqli chegaralangan

$$A: X \rightarrow X_1 \rightarrow X_2$$

operator Nyoter operatori deyiladi, agar

1) A operatorning qiymatlar to'plami R_A yopiq;

2) α_A va α_{A^*} sonlar chekli bo'lsa.

Ta'rif 2. A operatorning $\text{Ind } A$ indeksi deb

$$\text{Ind } A = \alpha_{A^*} - \beta_A$$

Butun songa aytiladi

Bu ta'riflarning muhimligi shundaki, unda qo'shma operator tushunchasidan foydalanilmaydi. Shuning uchu bu ta'riflardan A^* operatorning aniq ko'rinishi noma'lum bo'lganda ham foydalansa bo'ladi

REFERENCES

1. Г.С.Литвинчук «Кроение задачи и сингулярные интегральные уравнения со сдвигом», - М. 1977.
2. Антонович А.В. «Линейные функциональные уравнения». Опрятный подход. — Мн. Университетская. 1888-232 с.
3. Крюпник Н.Я "Банаховий алгебри с символом и сингулярний интегральные операторий" Кишние Штиниса 1984-138 с
4. Xudoyberdiyeva A.SH., Mardiyev R. "Силжишли функционал операторларнинг тескариланувчанлик шартлари" Республика илмийамалий конференцияси материаллари тўплами, 1-қисм, 2018-йил 25-май, 164-б.
5. Xudoyberdiyeva A.SH., Mardiyev R. "Силжишли сингуляр операторларнинг ярим нётерлик шартлари" Математиканинг замонавий муаммолар илмий онлайн конференция тезислари тўплами, 2020-йил 20май, Нукус, 189-б.
6. А.Н.Колмогоров, С.В.Фомин "Элементарный теории функции и функционального анализа" Москва, 1976.
7. www.Зиёнет.Уз

