HOSILANING FIZIKA, GEOMETRIYA VA BOSHQA FANLARGA TADBIQLARI

D. J. Risbekova, M. M. Miryusupova, M. Sh. Saydullayeva
Chirchiq davlat pedagogika instituti magistrlari

$y = f(x)$ funksiyaning x_0 nuqtadagi hosilasi deb, $f(x)$ funksiyaning x_0 nuqtadagi Δy orttirmasini argument orttirmasi Δx ga nisbatining Δx nolga intilgandagi limitiga aytiladi va u, $y', y'(x_0),\ f'(x_0), \frac{dy}{dx}$ lardan biri bilan belgilanadi.

Hosilaning ta’rifiga ko’ra, funksiyaning ixtiyoriy x nuqtadagi hosilasini topish uchun quyidagi algoritmni ko’rsatish mumkin.

1) x ga Δx orttirma beriladi, u holda $y = f(x)$ funksiya ham Δy orttirma oladi va

$$y + \Delta y = f(x + \Delta x\ )$$

bo’ladi;

2) Funksiyaning Δy orttirmasi topiladi;

$$\Delta y = f(x + \Delta x\ ) - f(x);$$

3) Funksiya orttirmasining argument orttirmasiga nisbati topiladi;

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x\ ) - f(x)}{\Delta x};$$

4) Bu nisbatning Δx nolga intilgandagi limiti topiladi;

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x)$$

Berilgan $f(x)$ funksiyaning $f'(x)$ hosilasini topish amaliga funksiyani differensialash deyiladi.

$f'(x_0)$ ga funksiya hosilasining x_0 nuqtadagi qiymati deyiladi.

$y = f(x)$ egri chiziqning $M_0(x_0; y_0)$ nuqtasiga o’tkazilgan urinmaning k burchak koeffisienti $y = f(x)$ funksiya hosilasining $x = x_0$ nuqtadagi qiymatiga teng. Ya’ni, $k = f'(x_0)$.

$y = f(x)$ egri chiziqning $M_0(x_0; y_0)$ nuqtasiga o’tkazilgan urinmaning tenglamasi

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$

formula yordamida tuziladi. Bu yerda $y_0 = f(x_0)$.

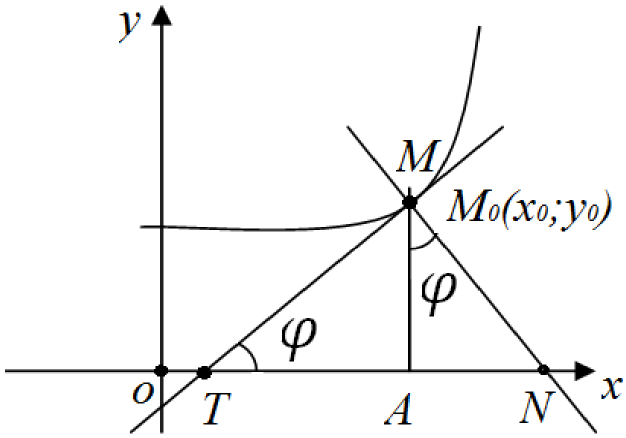
Nuqta $0x$ o’qi bo’yicha harakat qilib, vaqtning t paytida $x = f(t)$ koordinataga ega bo’lsin, u holda vaqtning t paytida

$$V = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}, \qquad a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{d^2x}{dt^2}.$$

bo’ladi.

Har qanday funksiyaning hosilasini hosilani hisoblash algoritmi bo'yicha aniqlash har doim ham oson emas va ancha murakkab hisoblashlarni talab etadi. Shu sababli amalda $y = f(x)$ funksiyaning hosilasi quyidagi qoidalarni qo'llash yordamida topiladi.

Bu yerda f va g lar x nuqtada hosilaga ega bo'lgan funksiyalardir. Egri chiziqning $M_0(x_0; y_0)$ nuqtasiga o'tkazilgan normal tenglamasi $y - y_0 = -\frac{1}{k}(x - x_0)$ dan iborat bo'ladi (1-chizma).



1-chizma

$TA = y_0 \cdot ctg\varphi$, $AN = y_0 \cdot tg\varphi$ kesmalar mos ravishda urinma osti va normal osti deyiladi. Ularning uzunliklari urinma va normal uzunliklari deyiladi.

Agar $y = f(x)$ funksiyaning hosilasi $f'(x)$ o'z navbatida hosilaga ega bo'lgan funksiya bo'lsa, u holda uning hosilasi ikkinchi tartibli hosila deyiladi va $f''(x)$ deb belgilanadi.

Agar $f''(x)$ ikkinchi tartibli hosila yana hosilaga ega bo'lgan funksiya bo'lsa, u holda uning hosilasi uchunchi tartibli hosila deyiladi va $f'''(x)$ kabi yoziladi.

Xuddi shunday to'rtinchi, beshinchi va xakazo $n-$tartibli hosilalarga ta'rif berish mumkin.

Mavzuga doir yechimlari bilan berilgan topshiriqlardan namunalar:

1. $y = x^3$ funksiyaning $x = 1$ nuqtadagi hosilasi topilsin.

Yechish: 1) x argumentga Δx orttirma beramiz. U holda y funksiya y Δy orttirma oladi. $y + \Delta y = (x + \Delta x)^3 = x^3 + 3x^2 \cdot \Delta x + 3x \cdot (\Delta x)^2 + (\Delta x)^3$;

2) Δy ni topamiz:

$$\Delta y = (x + \Delta x)^3 - x^3 = x^3 + 3x^2 \cdot \Delta x + 3x \cdot (\Delta x)^2 + (\Delta x)^3 - x^3 =$$

$= [3x^2 + 3x\Delta x + (\Delta x)^2] \cdot \Delta x;$

3) $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ ni topamiz:

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{[3x^2+3x\cdot\Delta x+(\Delta x)^2]\cdot\Delta x}{\Delta x} = 3x^2 + 3x \cdot \Delta x + (\Delta x)^2;$

4) $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ ni topamiz: Agar bu limit mavjud bo'lsa, u holda y berilgan funksiyaning hosilasidan iborat bo'ladi.

$y' = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} [3x^2 + 3x \cdot \Delta x + (\Delta x)^2] = 3x^2.$

$y'(1) = 3 \cdot 1^2 = 3.$

2. $y = 2x^2 - 2$ parabolaning absissasi $x_0 = -2$ bo'lgan nuqtasiga o'tkazilgan urinmaning tenglamasi tuzilsin.

Yechish: Parabolaga tegishli bo'lgan va absissasi $x_0 = -2$ bo'lgan nuqtaning ordinatasini topamiz:

$y_0 = y(x_0) = y(-2) = 2 \cdot (-2)^2 - 2 = 2 \cdot 4 - 2 = 6.$

$y = f(x)$ egri chiziqning $M_0(x_0; y_0)$ nuqtasiga o'tkazilgan urinma tenglamasi $y - y_0 = y'(x_0)(x - x_0)$ dan iborat bo'lgani uchun dastlab y' ni so'ngra $y'(x_0) = y'(2)$ ni topamiz.

$y' = (2x^2 - 2)' = (2x^2)' - (2)' = 4x - 0 = 4x;$

$y'(-2) = 4 \cdot (-2) = -8.$

Demak urinma tenglamasi

$y - y_0 = y'(x_0)(x - x_0),\ y - 6 = -8(x + 2),\ y = -8x - 10$ dan iborat.

3. $y = x^2 - \cos x + 2$ funksiyaning hosilasi topilsin.

Yechish: Funksiyalar yig'indisining hosilasini topish formulasidan foydalanamiz:

$y' = (x^2 - \cos x + 2)' = (x^2)' - (\cos x)' + (2)' = 2x + \sin x + 0 = \quad = 2x + \sin x.$

4. To'g'ri chiziqli harakat qonuni

$S = 4t^3 - t^2 + 1\ (m)$

formula bilan berilgan. Bu harakatning $t = 4c$ bo'lgan paytdagi tezlanishi topilsin.

Yechish: Harakatning t paytdagi tezligi:

$v(t) = s'(t) = (4t^3 - t^2 + 1)' = (12t^2 - 2t)\frac{m}{c},$

t paytdagi tezlanishi esa

$a(t) = v'(t) = (12t^2 - 2t)' = (24t - 2)\frac{m}{c^2};$

ga teng bo'lib undan $a(4) = 24 \cdot 4 - 2 = 96 - 2 = 94\frac{m}{c^2},$

4. Quyidagi masalalarda egri chizilarga o'tkazilgan urinmalarning tenglamalari yozilsin va egri chiziqlar hamda urinmalar yasalsin.

1) $y = \frac{x^3}{3}$ egri chiziqqa $x = -1$ nuqtada;

2) $y^2 = x^3$ egri chiziqqa $x_1 = 0$ va $x_2 = 1$ nuqtalarga;

3) $y = \frac{8}{4+x^2}$ lokonga (zulfga) $x = 2$ nuqtada;

4) $y = \sin x$ sinusoudaga $x = \pi$ nuqtada.

Javob: 1) $y = x + \frac{2}{3}$; 2) $y = 0$ va $y = \pm\frac{1}{2}(3x - 1)$;

3) $y = -\frac{x}{2} + 2$; 4) $y = -x + \pi$.

5. $xy = 4$ giperbolaga $x_1 = 1$ va $x_2 = -4$ nuqtalarda o'tkazilgan urinmalarning tenglamalari yozilsin va urinmalar orasidagi burchak topilsin. Egri chiziq va urinmalar yasalsin.

Javob: $y = -4x + 8$, $y = -\frac{1}{4}x - 2$; $\varphi = \operatorname{arctg}\frac{15}{8}$.

6. $y = x^2 + 4x$ parabolaga qaysi nuqtada o'tkazilgan urinma $0x$ o'qqa parallel bo'ladi?

Javob: $(-2; -4)$.

7. Jism $x(t) = \frac{t^3}{3} - 2t^2 + 3t$ qonuniga asosan $0x$ to'g'ri chiziq bo'yicha harakat qiladi. Harakat tezligi va tezlanishi aniqlansin.

Javob: $\frac{dx}{dt} = t^2 - 4t + 3$; $\frac{d^2x}{dt^2} = 2t - 4$.

8. Qandaydir kimyoviy reaksiya natijasida hosil qilinadigan jism miqdori x bilan t vaqt orasidagi bog'lanish $x = A(1 - e^{-kt})$ tenglama bilan ifodalanadi. Reaksiya tezligi aniqlansin.

Javob: kAe^{-kt}.

9. Jism qo'zg'almas o'q atrofida

$$\varphi(t) = 3t^2 - 4t + 2 \text{ (rad).}$$

qonun bo'yicha aylanadi. Jismning $t = 4c$. dagi burchak tezligi va burchak tezlanishi topilsin.

Javob: $w(4) = \varphi'(4) = 20$; $a(t) = w'(t) = 6$.

10. Nuqta $S(t) = 2t^3 + t - 1$ qonun bo'yicha to'g'ri chiziqli harakat qilmoqda. Nuqtaning t paytdagi tezligi va tezlanishini toping.

Javob: $v(t) = 6t^2 + 1$; $a(t) = 12t$.

11. Jismning T temperaturasi t vaqtga bog'liq holda $T(t) = 0.5t^2 - 2t$ qonun bo'yicha o'zgaradi. Vaqtning $t = 5(c)$ paytida bu jism qanday tezlik bilan isiydi?

Javob: $v(5) = 3$.

REFERENCES

1. Азларов Т.А., Мансуров Х. Математик анализ. Тошкент 2000 й.
2. Агальцева Н.А Долгосрочные прогнозы стока малых рек // Тр. САНИГМИ. - 2001. – вып.163(244), стр. 113-122.
3. Агальцева Н.А Долгосрочный прогноз притока в Нурекское водохранилище на реке Вахш // САНИГМИ,- 1996. Вып. 149 (230),стр. 101-108.
4. Агальцева Н.А., Василина Л.Ю. Долгосрочный прогноз притока воды в Чарвакское водохранилище // Тр. САНИГМИ. - 1992. - Вып. 145, стр. 52-58
5. Мягков С.В. Метод долгосрочного прогноза стока реки Амударьи в створах п.Керки и п.Дарганата с учетом хозяйственной деятельности // Руководящий документ. Методическиеуказания. RH 68.02.07:2001. - Ташкент: САНИГМИ. - 2001г.,стр. 15.
6. Шерматов Е. Динамическая модель климатических показателей Средней Азии. Современное состояние подземных вод: проблемы и их решения. Материалы Международно-практической конференции, посвящённой 100-летию со дня рождения Н.А. Кенесарина Ташкент, 2008, стр.89-91.
7. Шерматов Е. и др. Один из подходов к вопросу прогноза объема стока реки Амударьи в зависимости от изменчивости солнечной активности //Материалы республиканской научно-практической конференции, посвященной «Проблемы улучшения обеспеченности, качества водных ресурсов и мелиорации орошаемых земель республики Узбекистан» - Ташкент, 2013 –стр. 217-224.
8. A Zh Seitov, BR Khanimkulov. Mathematical models and criteria for water distribution quality in large main irrigation canals. Academic research in educational sciences. Uzbekistan. Ares.uz. Vol. 1. №2, 2020. ISSN 2181-1385. Pp.405-415. (№5, web of science IF=5.723)
9. А. Ж. Сейтов, Б. Р. Ханимкулов, М. Гаипов, О. Хамидуллаева, Н. К. Мурадов. Численные алгоритмы решения задач оптимального управления объектами каршинского магистрального канала. academic research in educational sciences volume 2 | ISSUE 3 | 2021 ISSN: 2181-1385 Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723 DOI: 10.24411/2181-1385-2021-00519. pp. 1145-1153. (№5, web of science IF=5.723)