ИХТИЁРИЙ ЧИЗИҚЛИ ЧЕГАРАВИЙ ШАРТЛАР УЧУН ПАРАБОЛИК ТЕНГЛАМАНИ ЕЧИШДА ТЎҒРИ ЧИЗИҚЛАР УСУЛИНИ ҚЎЛЛАШ АЛГОРИТМИ

М. Х. Эшмуродов
К. М. Шаимов
Самарқанд давлат архитектура-қурилиш университети, катта ўқитувчилари

АННОТАЦИЯ

Ихтиёрий чизиқли чегаравий шартларга эга масалани Дирихле масаласига келтириш йўли билан тўғри чизиқлар методини қўллаш усули ишлаб чиқилган. Изланаётган функциянинг қийматлари чегараларда берилган деб фараз қилиб, Дирихле масаласини ечиш амалга оширилади. Функциянинг фараз қилинган қийматларини чегара тугунларида функциянинг янги топилган қийматлари билан чегара шартларининг яқинлашувларига мувофиқ равишда мослаштириш орқали изланаётган функцияларнинг чегаралардаги ҳақиқий қийматлари топилади. Кейин улар тенглама ва битта координата учун чегаравий шартлар яқинлашиши иккинчи тартибини таъминлаган ҳолда тўғри чизиқлар усулини амалга оширишда фойдаланилди.

Калит сўзлар: Чекли айирмалар усули, Иссиқлик узатиш, Дирихле масаласи, Хос сонлар ва векторлар.

КИРИШ

Математик физиканинг битта ва кўп ўлчовли тенгламаларини сонли ечиш учун ишлатиладиган чекли-айирмалар усулининг мавжуд бўлган кўплаб модификациялари тақрибий усуллардир. Бир томондан, бу тенглик ва чегаравий шартларининг маълум бир аниқлик тартибида яқинлашиши билан боғлиқ. Иккинчи томондан, чекли айирмали тенгламаларнинг ўзини ечиш тақрибий характерга эга, чунки ажратиш, ўзгарувчан йўналишлар, предиктор-корректор ва бошқа усулларлар аниқ ечимни емас, балки унга бирор яқинлашишни беради.

АДАБИЁТЛАР ТАҲЛИЛИ ВА МЕТОДОЛОГИЯ

Тузилган чекли-айирмали тенгламаларни ечиш доирасида тўғри чизиқлар усули самаралироқ бўлиб, бу чекли-айирмали тенгламаларни машина ҳисоблашлар аниқлиги доирасида ечимнинг аниқлигини таъминлайди. В.Н. Фаддеева [1] ва С.

Каримбердиева [2]нинг ишларида турли хил чегаравий шартларда эллиптик, параболик ва гиперболик типдаги икки ва уч ўлчовли тенгламаларни ечиш учун тўғри чизиқлар усулини қўллаш алгоритмини таклиф қилишди. Афсуски, уларда фақат Дирихле масаласини ечиш учун ишлатиладиган ёрдамчи матрицалар келтирилган ва бошқа чегаравий шартлар учун бу матрицалар ҳақида маълумот йўқ. Ёрдамчи матрицалар - фундаментал ва диагонал матрицалар - дифференциал оператордан чекли-айирмали операторга ўтишнинг хос векторлари ва учдиагонал матрицаси сонларидан иборат.

Ушбу илмий ҳисобот муаллифларининг айрим ишларида биринчи ва иккинчи турдаги аралаш чегаравий шартлар учун ёрдамчи матрицалар ҳосил қилинган.

Параболик тенгламанинг Дирихле масаласи учун хос қиймат ва вектор масаласини ечиш алгоритми ишда[3] келтирилган. Хос қийматлар учун қўш тенгсизлик $-4<\lambda_s<0$ ўринли эканлиги исботланган.

Чекли айирмали тенгламаларига ўтиш матрицасининг хос қийматлари $\lambda_s=-2\left(1+\cos\frac{2s+1}{2(N+1)}\pi\right)$ шаклда аниқланган ва хусусий векторлар элементлари топилган, бу ерда 0 ва $N+1$кесманинг четки тугунлари номерлари.

Биз чегаравий шартларининг бошқа комбинациялари учун тўғри чизиқлар усулини қўллаш бўйича ишни давом эттириш мумкин. Ҳар сафар тузилган ўтиш матрицаларига мувофиқ янги ва янги ёрдамчи матрицалар тузилади. Савол туғилади: чизиқли чегаравий шартларининг ихтиёрий комбинациясида масалаларни ечиш учун ягона алгоритмни қуриш мумкинми? Қуйида ушбу саволга ижобий жавоб берилган ва параболик тенглама масалаларини ечишда Дирихле масаласи учун ёрдамчи матрицалар ва иккинчи аниқлик тартиби билан тенглама ва турли чегаравий шартларини яқинлашишини амалга ошириш усуллари келтирилган.

Алгоритм тавсифини чалкаштириб юбормаслик учун усулни қўллаш объекти сифатида бир ўлчовли бир жинсли бўлмаган параболик тенглама қабул қилинади, асосий омиллар эса классик иссиқлик узатиш назарияси доирасида изоҳланади. Усулнинг моҳияти қуйидагича. Дастлаб изланаётган функциянинг чегаравий қийматлари берилган деб фараз қилиш билан масала ечилади. Кейинчалик изланаётган функциянинг фараз қилинган чегаравий ва янги топилган чегаравий қийматлари ўртасидаги ўзаро боғланишлар чегаравий шартларига мувофиқ тузилади.

Ушбу муносабатлардан Дирихле масаласи доирасидаги тўғри чизиқлар усули билан амалга ошириладиган функциянинг чегаравий қийматлари аниқланади. Усул тенглама ва чегаравий шартлар чизиқли бўлганда ҳам қўлланилиши мумкин.

Иссиқлик узатиш тенгламаси

$$\frac{\partial T}{\partial t}=a^2\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+f(x,t)$$

шаклда қабул қилинади, бу ерда a^2 - материалнинг ўртача иссиқлик ўтказиш коэффициенти; $f(x,t)$- материалнинг зичлиги ва солиштирма иссиқлик сиғими бўйича келтирилган t вақтда х кесимда ички ва ташқи иссиқлик манбаларининг умумий қуввати.

Биз ҳарорат қийматлари чегараларда берилган деб фараз қиламиз

$$T(0,t)=\mu_0(t),$$

$$T(l,t)=\mu_l(t)$$

Дирихле масаласи шу тарзда қўйилади. Шартнинг ўнг томонидаги $\mu_0(t)$ ва $\mu_l(t)$ функциялар бошқа чегаравий шартлари учун қийматлари кейин аниқланадиган изланаётган микдорлар ҳисобланади.

Текис тўр

$$\omega_x=\left(x_i=ih,\quad i=0,1,\ldots,N,N+1;\quad h=\frac{l}{N+1}\right)$$

$u_i(t)$ ва $f_i(t)$ тўр функциялари киритилади.

Ҳисоблаш соҳаси панжарасининг ички тугунларида тенглама х координатаси бўйича иккинчи тартиб аниқлик яқинлаштирилади [30]:

$$\frac{du_i^{n+1}}{dt}=\frac{a^2}{h^2}\left(u_{i-1}^{n+1}-2u_i^{n+1}+u_{i+1}^{n+1}\right)+f_i^{n+1}$$

Бундай ҳолда чегара тугунларида фараз қилинган μ_0^{n+1} ва μ_l^{n+1} чегаравий шартлари амалга оширилади:

$$\frac{du_1^{n+1}}{dt}=\frac{a^2}{h^2}\left(\mu_0^{n+1}-2u_1^{n+1}+u_2^{n+1}\right)+f_1^{n+1},$$

$$\frac{du_N^{n+1}}{dt}=\frac{a^2}{h^2}\left(u_{N-1}^{n+1}-2u_N^{n+1}+\mu_l^{n+1}\right)+f_N^{n+1}$$

Тақдим етилган дифференциал-айирмали тенгламалардан биз

$$\frac{dU}{dt} = \frac{a^2}{h^2} AU + F \,, \tag{1.1.1}$$

кўринишдаги матрица тенгламани тузамиз,

бу ерда $U = \left(u_1^{n+1},\ u_2^{n+1},\dots,\ u_{N-1}^{n+1},\ u_N^{n+1}\right)^*$

$$A = \left\|a_{p,q}\right\|_N = \begin{Vmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ & \dots & & & \dots & & \dots & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & -2 \end{Vmatrix}_N$$

Бу ерда изланаётганлар ва матрица элементлари индекслари 1 дан N гача ўзгаради, юқоридаги "*" белги матрицани транспонирлаш амалини билдиради.

Тенглама (1.1.1) ни алоҳида изланаётганларга нисбатан автоном тенгламаларга ўтишга имкон берадиган шаклда тақдим этилиши зарур.

Материалларга [2] мурожаат қилайлик ва

$$A = B\Lambda B^{-1}$$

деб қабул қиламиз, бу ерда B -элементлари

$$b_{s,p} = (-1)^{s+p}\sqrt{\frac{2}{N+1}}\sin\frac{\pi sp}{N+1}$$

лардан иборат A га ўхшаш фундаментал матрица;

Λ - элементлари

$$\lambda_s = -2\left(1 + \cos\frac{\pi s}{N+1}\right)$$

лардан иборат диагонал матрица;

B^{-1} - элементлари $b_{s,p}^{-} = b_{s,p}$ лардан иборат B га тескари матрица.

Биз (3.1.1) тенгламанинг иккала томонини чапдан B^{-1} га кўпайтирамиз ва

$$\frac{dB^{-1}U}{dt} = \frac{a^2}{h^2} B^{-1}AU + B^{-1}F$$

тенгликни оламиз.

Биз янги вектор-устунни киритамиз

$$B^{-1}U = BU = \bar{U} = \left(\bar{u}_1,\ \bar{u}_2,\ldots,\ \bar{u}_{N-1},\ \bar{u}_N\right)^* =$$

$$= \left(\sum_{p=1}^{N} b_{1,p}u_p,\ \sum_{p=1}^{N} b_{2,p}u_p,\ldots,\ \sum_{p=1}^{N} b_{N-1,p}u_p,\ \sum_{p=1}^{N} b_{N,p}u_p\right)^*,$$

$A = B\Lambda B^{-1}$ бўлгани учун

$$B^{-1}AU = B^{-1}B\Lambda B^{-1}U = \left(B^{-1}B\right)\Lambda\left(B^{-1}U\right) = \Lambda\bar{U}$$

У ҳолда тенглама

$$\frac{d\bar{U}}{dt} = \frac{a^2}{h^2}\Lambda\bar{U} + \bar{F}, \tag{1.1.2}$$

кўринишни олади

бу ерда

$$\bar{F} = B^{-1}F = BF = \left(\bar{f}_1,\ \bar{f}_2,\ldots,\ \bar{f}_{N-1},\ \bar{f}_N\right)^* =$$

$$= \left(b_{1,1}\left(f_1^{n+1} + \frac{a^2}{h^2}\mu_0^{n+1}\right) + \sum_{r=2}^{N-1} b_{1,r}f_r^{n+1} + b_{1,N}\left(f_N^{n+1} + \frac{a^2}{h^2}\mu_l^{n+1}\right),\right.$$

$$b_{2,1}\left(f_1^{n+1} + \frac{a^2}{h^2}\mu_0^{n+1}\right) + \sum_{r=2}^{N-1} b_{2,r}f_r^{n+1} + b_{2,N}\left(f_N^{n+1} + \frac{a^2}{h^2}\mu_l^{n+1}\right),\ldots,$$

$$b_{N-1,1}\left(f_1^{n+1} + \frac{a^2}{h^2}\mu_0^{n+1}\right) + \sum_{r=2}^{N-1} b_{N-1,r}f_r^{n+1} + b_{N-1,N}\left(f_N^{n+1} + \frac{a^2}{h^2}\mu_l^{n+1}\right),$$

$$\left. b_{N,1}\left(f_1^{n+1} + \frac{a^2}{h^2}\mu_0^{n+1}\right) + \sum_{r=2}^{N-1} b_{N,r}f_r^{n+1} + b_{N,N}\left(f_N^{n+1} + \frac{a^2}{h^2}\mu_l^{n+1}\right)\right)^*.$$

(1.1.2) дан $\bar{u}_i$ га нисбатан алоҳида оддий тенгламани ажратиш мумкин:

$$\frac{d\bar{u}_i}{dt} = \frac{a^2}{h^2}\lambda_i\bar{u}_i + \bar{f}_i\ . \tag{1.1.3}$$

Ушбу тенглама учун бошланғич шарт бўлиб $\bar{U} = B^{-1}U = BU$ тенгликка кўра

$$\bar{u}_i^0 = \sum_{p=1}^{N} b_{i,p}u_p^0,$$

тенглик хизмат қилади, бу ерда $u_p^0 = T\left(ph, 0\right)$ берилган масаланинг бошланғич шартидан иборат.

Тенглама (1.1.3) ни сонли усул билан ечамиз. Вақт бўйича яқинлашишнинг иккинчи тартиб аниқлигини ташкил қилиш мумкин. Баённинг соддалиги учун биз орқага қайтиш схемасидан фойдаланамиз ва вақт бўйича юқори индексларни киритамиз:

$$\frac{\bar{u}_i^{n+1}-\bar{u}_i^n}{\tau_n}=\frac{a^2}{h^2}\lambda_i\bar{u}_i^{n+1}+\bar{f}_i^{n+1}$$

Бундан

$$\bar{u}_i^{n+1}=\frac{\bar{u}_i^n+\tau_n\bar{f}_i^{n+1}}{1-\frac{\tau_n}{h^2}a^2\lambda_i}=d_i\left(\bar{u}_i^n+\tau_n\bar{f}_i^{n+1}\right)$$

ни топамиз. Бу ерда

$$d_i=1/\left(1-\frac{\tau_n}{h^2}a^2\lambda_i\right)...$$

белгилашни киритдик.

$$U^{n+1}=B\bar{U}^{n+1}=\left(u_1^{n+1},\,u_2^{n+1},\ldots,\,u_{N-1}^{n+1},\,u_N^{n+1}\right)=$$

$$=\left(\sum_{p=1}^{N}b_{1,p}\bar{u}_p^{n+1},\,\sum_{p=1}^{N}b_{2,p}\bar{u}_p^{n+1},\ldots,\,\sum_{p=1}^{N}b_{N-1,p}\bar{u}_p^{n+1},\,\sum_{p=1}^{N}b_{N,p}\bar{u}_p^{n+1}\right).$$

Формуладан фойдаланиб, янги вақт учун изланаётган ҳарорат функциясига тескари ўтишни амалга оширамиз.

Энди биз изланаётган функцияни чегарадаги фараз қилинган қийматлари билан функсиянинг девор тугунларида янги топилган қийматлари орасидаги боғлиқликни ўрнатамиз, яъни чегаравий шартларини амалга оширамиз.

Бизни изланаётган функция ҳосиласи камида битта чегара шартда қатнашадиган ҳолатлар қизиқтиради. Ва умуман олганда, изланаётганнинг чегара қиймати билан бирга, чекли-айирмали тенгламада иккита қўшни тугунлардаги функция қийматлари иштирок этган ҳолда яқинлашишнинг иккинчи тартибига эга бўлган йўналтирилган ҳосилалар амалга оширилган деб қабул қиламиз.

Умумий ҳолда, $x=0$ шарт қабул қилинади

$$\mu_0^{n+1}=\alpha_0u_1^{n+1}+\beta_0u_2^{n+1}+\theta_0, \qquad (1.1.4)$$

$x=l$ да эса

$$\mu_l^{n+1}=\alpha_lu_N^{n+1}+\beta_lu_{N-1}^{n+1}+\theta_l, \qquad (1.1.5)$$

қабул қилинади, улар иккинчи тартибли аниқлик билан чегаравий шартларининг яқинлашишини ифодалайди.

Эҳтимол α_0, β_0, θ_0, α_l, β_l, α_l коэффициентларнинг қийматлари вақтга боғлиқ бўлиши мумкин.

Тўғри чизиқлар усули билан топилган ва u_1, u_2, u_{N-1} ва u_N нинг қийматларини қуйидагича очиб берамиз

$$u_i^{n+1} = \sum_{p=1}^{N} b_{i,p}\bar{u}_p^{n+1} = \sum_{p=1}^{N} b_{i,p} d_p \left(\bar{u}_p^{n} + \tau_n \bar{f}_p^{n+1}\right) =$$

$$= \sum_{p=1}^{N} b_{i,p} d_p \bar{u}_p^{n} + \tau_n \sum_{p=1}^{N} b_{i,p} d_p \bar{f}_p^{n+1}.$$

Бу ерда

$$\bar{f}_p^{n+1} = b_{p,1}\left(f_1^{n+1} + \frac{a^2}{h^2}\mu_0^{n+1}\right) + \sum_{r=2}^{N-1} b_{p,r} f_r^{n+1} + b_{p,N}\left(f_N^{n+1} + \frac{a^2}{h^2}\mu_l^{n+1}\right)$$

Шу муносабат билан

$$u_i^{n+1} = \sum_{p=1}^{N} b_{i,p} d_p \bar{u}_p^{n} + \tau_n \sum_{p=1}^{N} b_{i,p} d_p \left[b_{p,1}\left(f_1^{n+1} + \frac{a^2}{h^2}\mu_0^{n+1}\right) + \right.$$

$$\left. + \sum_{r=2}^{N-1} b_{p,r} f_r^{n+1} + b_{p,N}\left(f_N^{n+1} + \frac{a^2}{h^2}\mu_l^{n+1}\right)\right] =$$

$$= \mu_0^{n+1}\frac{\tau_n a^2}{h^2}\sum_{p=1}^{N} b_{i,p} b_{p,1} d_p + \mu_l^{n+1}\frac{\tau_n a^2}{h^2}\sum_{p=1}^{N} b_{i,p} b_{p,N} d_p +$$

$$+ \sum_{p=1}^{N} b_{i,p} d_p \bar{u}_p^{n} + \tau_n \sum_{p=1}^{N}\sum_{r=1}^{N} b_{i,p} b_{p,r} d_p f_r^{n+1}.$$

Ушбу тўр функциясининг қийматларини мос келадиган индексларда чегаравий шартлар яқинлашишларга қўямиз.

Биринчи шартдан

$$\mu_0^{n+1} = \mu_0^{n+1} a_0 + \mu_l^{n+1} b_0 + c_0.$$

келиб чиқади. Бу ерда

$$a_0 = \frac{\tau_n a^2}{h^2}\sum_{p=1}^{N}\left(\alpha_0 b_{1,p} + \beta_0 b_{2,p}\right) b_{p,1} d_p, \quad b_0 = \frac{\tau_n a^2}{h^2}\sum_{p=1}^{N}\left(\alpha_0 b_{1,p} + \beta_0 b_{2,p}\right) b_{p,N} d_p,$$

$$c_0=\sum_{p=1}^{N}\left(\alpha_0 b_{1,p}+\beta_0 b_{2,p}\right)d_p\bar{u}_p^n+\tau_n\sum_{p=1}^{N}\sum_{r=1}^{N}\left(\alpha_0 b_{1,p}+\beta_0 b_{2,p}\right)b_{p,r}d_p f_r^{n+1}+\theta_0.$$

белгилашлардан фойдаланганмиз

Биз иккинчи шарт билан ҳам шундай ишни бажарамиз ва

$$\mu_l^{n+1}=\mu_0^{n+1}a_l+\mu_l^{n+1}b_l+c_l,$$

тенгликни оламиз, бу ерда:

$$a_l=\frac{\tau_n a^2}{h^2}\sum_{p=1}^{N}\left(\alpha_l b_{N,p}+\beta_l b_{N-1,p}\right)b_{p,1}d_p,\quad b_l=\frac{\tau_n a^2}{h^2}\sum_{p=1}^{N}\left(\alpha_l b_{N,p}+\beta_l b_{N-1,p}\right)b_{p,N}d_p,$$

$$c_l=\sum_{p=1}^{N}\left(\alpha_l b_{N,p}+\beta_l b_{N-1,p}\right)d_p\bar{u}_p^n+\tau_n\sum_{p=1}^{N}\sum_{r=1}^{N}\left(\alpha_l b_{N,p}+\beta_l b_{N-1,p}\right)b_{p,r}d_p f_r^{n+1}+\theta_l.$$

Янги олинган иккита чизиқли тенгламалардан система тузамиз

$$\begin{cases}\left(1-a_0\right)\mu_0^{n+1}-b_0\mu_l^{n+1}=c_0,\\ -a_l\mu_0^{n+1}+\left(1-b_l\right)\mu_l^{n+1}=c_l.\end{cases}\qquad(1.1.6)$$

Ушбу система асосий матрицасининг детерминанти

$$\Delta=\left(1-a_0\right)\left(1-b_l\right)-a_l b_0$$

нолга тенг бўлмаган қийматга эга деб фараз қиламиз. У ҳолда изланаётган функциянинг чегаравий қийматлари учун

$$\mu_0^{n+1}=\frac{1}{\Delta}\left[\left(1-b_l\right)c_0+b_0c_l\right],\quad \mu_l^{n+1}=\frac{1}{\Delta}\left[a_lc_0+\left(1-a_0\right)c_l\right].$$

ларга эга бўламиз.

Изланаётган функциянинг топилган чегаравий қийматларига фақат фундаментал ва диагонал матрицаларнинг маълум элементлари, шунингдек берилган масаланинг чегаравий шартлари элементлари киради. Улар чегаравий шартларини қондирадилар. Фақат чегаравий шартларининг яқинлашишидан α_0, β_0, θ_0, α_l, β_l, α_l коэффициентларнинг қийматларини аниқлаш қолади.

Классик иссиқлик узатиш назариясида тўртинчи турдаги чегаравий шарти деб аталадиган ва бир вақтнинг ўзида иккинчи ва учинчи турдаги шартларни умумлаштирадиган чегаравий шартга тўхталамиз

$$-\lambda\frac{\partial T\left(0,t\right)}{\partial x}=\xi_0\left[T_{oc}\left(t\right)-T\left(0,t\right)\right]+\varsigma_0 R_0\left(t\right),$$

$$\lambda \frac{\partial T(l,t)}{\partial x} = \xi_l \left[T_{oc}(t) - T(l,t) \right] + \varsigma_l R_l(t)$$

Бу ерда λ - материалнинг ўртача иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти; ξ - материал ва ҳарорати $T_{oc}(t)$ деб қабул қилинган атроф-муҳит ўртасидаги иссиқлик узатиш коеффициенти; ς - нурли энергия материалининг ютилиш коэффициенти; $R(t)$- нурли энергия интенсивлиги. Охирги учта кўрсаткич чегараларнинг ҳар бирига мос равишда индекслар билан белгиланган.

Биринчи шартни

$$-\frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = \frac{\xi_0}{\lambda} \left[T_{oc}(t) - T(0,t) \right] + \frac{\varsigma_0}{\lambda} R_0(t)$$

кўринишда ёзамиз ва унга иккинчи тартидаги аниқлик билан яқинлашишни қўллаймиз

$$\frac{3\mu_0^{n+1} - 4u_1^{n+1} + u_2^{n+1}}{2h} = \frac{\xi_0}{\lambda} \left(T_{oc}^{n+1} - \mu_0^{n+1} \right) + \frac{\varsigma_0}{\lambda} R_0^{n+1}$$

$2h\lambda$ тенгламани кўпайтирамиз ва ўхшаш ҳадларни ихчамлаймиз

$$\left(3\lambda + 2h\xi_0 \right) \mu_0^{n+1} = 4\lambda u_1^{n+1} - \lambda u_2^{n+1} + 2h \left(\xi_0 T_{oc}^{n+1} + \varsigma_0 R_0^{n+1} \right)$$

Бу ерда биз аввал қабул қилинган шартнинг (3.1.4) шаклига ўтамиз, унинг учун коэффициентларнинг қийматларини аниқладик:

$$\alpha_0 = \frac{4\lambda}{3\lambda + 2h\xi_0}, \quad \beta_0 = -\frac{\lambda}{3\lambda + 2h\xi_0}, \quad \theta_0 = \frac{2h\left(\xi_0 T_{oc}^{n+1} + \varsigma_0 R_0^{n+1} \right)}{3\lambda + 2h\xi_0}.$$

Йўналтирилган ҳосилаларнинг иккинчи шартга шунга ўхшаш қўлланилиши чекли - айирмали тенгламага олиб келади

$$\frac{3\mu_l^{n+1} - 4u_N^{n+1} + u_{N-1}^{n+1}}{2h} = \frac{\xi_l}{\lambda} \left(T_{oc}^{n+1} - \mu_l^{n+1} \right) - \frac{\varsigma_l}{\lambda} R_l^{n+1}$$

Махражлардан халос бўлиш ва ўхшаш ҳадларни ихчамлаш шартнинг коэффициентлари қийматларига олиб келади (1.1.5):

$$\alpha_l = \frac{4\lambda}{3\lambda + 2h\xi_l}, \quad \beta_l = -\frac{\lambda}{3\lambda + 2h\xi_l}, \quad \theta_l = \frac{2h\left(\xi_l T_{oc}^{n+1} + \varsigma_l R_l^{n+1} \right)}{3\lambda + 2h\xi_l}.$$

Тўртинчи турдаги чегара шарти учун чегаравий шартлар учун энг катта ҳажмдаги ҳисоблашлар ҳоли учун биз μ_0^{n+1} ва μ_l^{n+1} лар шакилланишининг бир вариантини келтирдик. Чегаравий шартларнинг бошқа комбинацияларида коэффициентлар учун формулалар қисқаради. Масалан, агар $x=0$да биринчи турдаги шарт берилган бўлса, у ҳолда биринчи тенглама (1.1.6) тенгламалар системасидан тушиб қолади ва ҳоказо. Шуни инобатга олган ҳолда, маълум бир чегаравий масаласини ечишда (1.1.6) системанинг μ_0^{n+1} ва μ_l^{n+1} ларга нисбатан ечимларини такрорлаш мақсадга мувофиқдир, бу эса ҳисоблаш вақтининг қисқаришига олиб келади.

REFERENCES

1. Фаддеева В.Н. Метод прямых в применении к некоторым краевым задачам. - Тр. МИ АН СССР, 1949, том 28. - С. 73-103. (Из Общероссийского математического портала Math-Net).
2. Каримбердиева С. Численные методы решения дифференциально-разностных уравнений в параллелепипеде, шаре и цилиндре. - Ташкент: Фан, 1983. - 112 с.
3. Хужаев И.К., Хужаев Ж.И., Равшанов З.Н. Аналитическое решение задачи о собственных значениях и векторах матрицы перехода из параболического уравнения к конечноразностным уравнениям при решении задачи Дирихле // Узбекский журнал информатики и энергетики, 2017, №2. - С. 12-19.