ZARYADLANGAN ZARRACHALAR HARAKATINI KUZATISHDA DIFFERENSIAL MODELLARNING O‘RNI

Saydulla Sidiyorov
A.Qodiriy nomidagi Jizzax davlat pedagogika universiteti, Matematika o‘qitish metodikasi kafedrasi dotsenti, f-m.f.n.
sidiyarov1942@inbox.ru

Fozil O‘rolovich Sulaymonov
A.Qodiriy nomidagi Jizzax davlat pedagogika universiteti, Matematika o‘qitish metodikasi kafedrasi katta o‘qituvchisi, PhD
fozil.sulaymonov@mail.ru

ANNOTATSIYA

Zamonaviy elementar zarrachalar fizikasida o‘ziga xos vaziyat yuzaga kelgan: ulkan eksperimental material olingan va uning hajmi doimiy ravishda oshib bormoqda, ammo hozirgacha mavjud bo‘lgan barcha eksperimental ma’lumotlarni yagona nuqtai nazardan tushuntirib beradigan izchil nazariya mavjud emas. Faqat bir-biridan farq qiluvchi hisob-kitob usullari ishlab chiqilgan bo‘lib, ularning har birining tadbiq doirasi ancha cheklangan. Ushbu usullar tajribaga zid bo‘lmagan natijalarga olib keladigan deyarli ishonchsiz gipotezalarga asoslanadi.

Ushbu ishda elementar zarrachalar fizikasining eng ko‘p qabul qilingan va ishlab chiqilgan g‘oyalari, hisoblash usullari o‘rganilgan. Nuqtaviy zaryadlarning (garmonik) harakati o‘zaro kuchli, kuchsiz va elektromagnit maydon potensiallarida qara chiqiladi va bu yerda ikki nuqta masalasi o‘rganiladi. Shuningdek garmonik harakat qilayotgan zaryadlangan zarralarining tabiati aniqlanadi. Shuningdek garmonik harakatning zaryadlangan zarralarining tabiati ham aniqlanadi.

Kalit so‘zlar: elementar zarachalar, relyativistik kvant mexanikasi, de-Broyl yassi to‘lqinlari, Shryodenger tenglamasi, Plank doimiysi, zaryadlangan zarrachalar, potensial maydon, dispersiya, garmonik harakat, potensial baryer.

ABSTRACT

In modern elementary particle physics, a rather peculiar situation has developed: a huge amount of experimental material has been obtained and its volume is constantly growing, but there is still no consistent theory that would explain all the available experimental data from a unified point of view. Only a number of disparate calculation methods have been developed, each of which has a rather limited scope. These methods are based on more than less plausible hypotheses that lead to results that do not contradict experiment. In this work, the most commonly accepted and developed ideas, methods of calculation of elementary particle physics are studied. The main types of interaction of elementary particles are considered - strong, electromagnetic and weak. And also the movement of charged particles in a potential field is studied, where a two-point problem is posed. And the nature of charged particles of harmonic motion is also determined.

Keywords: elementary particles, relativistic quantum mechanics, de-Broilian flat waves, Schrododenger equation, constant bar, charged particles, potential fields, dispersion, harmonic movement, potential look.

KIRISH

Ma’lumki, 20-asr boshlarida elementar zarrachalarning turi ikki xildan iborat bo‘lgan bo‘lsa, ya’ni elektron va proton, 21-asr boshlariga kelib, ularning soni 200 dan xam oshib ketgan. Bunday elementar zarrachalarni uch turga, ya’ni fotonlar, leptonlar va adronlarga ajratib o‘rganish mumkin. Ularning bir biriga ta’sir etish jarayoni uch xil qonuniyat orqali amalga oshadi. Ochiqroq aytadigan bo‘lsak, bunday elementar zarrachalar kuchli va kuchsiz o‘zaro ta’sirlar hamda elektromagnit o‘zaro ta’sir doirasida amalga oshadi.

YA’ni kuchli darajadagi ta’sir etish, elektromagnit maydoni kuch chiziqlari orqali va yengil ta’sir etish orqali amalga oshirilar ekan. Masalan, elektromagnit holida o‘zaro ta’sir etishda zaryadlangan leptonlar parchalana boshlaydi, kuchli darajadagi o‘zaro ta’sirlanishda zaryadlangan adronlar parchalanib tarqaladi va yengil ta’sirlanishda mezonlar parchalana boshlaydi. [4]

Biror maydonda zaryadlangan zarrachalarning biron nuqtadagi holati aniq bo‘lsa, vaqt o‘tishi bilan ikkinchi bir nuqtada mavjud bo‘lishlik ehtimolini birorta to‘lqin funksiya orqali ifodalash va bu funksiyaning tashkil etuvchi parametrlarining qiymatlarini aniqlash kvant mexanikasining asosiy vazifasidir.

ADABIYOTLAR TAHLILI VA METODOLOGIYA

Kvant mexanikasiga doir adabiyotlarni varaqlaganda: zaryadlangan zarrachalarning fazodagi holatini to‘liq aniqlash faqat radius vektor r va uning tezligi v - bilan aniqlash eksperiment va analiz natijalariga to‘g‘ri kelmay qolishi mumkin. Norelyativistik kvant mexanikasida m -massali zarrachaning fazodagi holatini aniqlash uning spinini e’tiborga olmagan taqdirda ham, zarrachaning fazodagi holati ya’ni t -vaqtning biron momentdagi holatini to‘lqin funksiyasi orqali to‘liq aniqlab olish mumkin.

$$\varphi(r,t)=\alpha(r,t)e^{i\beta(r,t)} \quad (1)$$

bu yerda $\alpha(r,t)$ va $\beta(r,t)$ haqiqiy funksiyalar. $\alpha(r,t)$ funksiya zarrachaning t-momentdagi holatini aniqlash extimolini anglatadi. Masalan, zarracha t-momentda r-radius vektorni o‘z ichida saqlovchi dq hajm ichida turganligini bildiradi.

$$dp=\alpha^2(r,t)dq \quad (2)$$

$\beta(r,t)$ - funksiya zarrachaning dinamik holatini aniqlaydi.

Magnit maydoni bo‘lmagan maydonda zarrachaning holatini yoki boshqa biron joyda bo‘lishini $\varphi(r,t)$ to‘lqin funksiya hamda Shredinger tenglamasi

$$ih\frac{\partial\varphi(r,t)}{\partial t}=\frac{h^2}{2m}\Delta^2\varphi(r,t)+U(r,t)\varphi(r,t) \quad (3)$$

yordamida aniqlash mumkin. Bu yerda $h=1.05\cdot10^{-27}$ $\text{эрк}\cdot\text{сек}$ Plank doimiysi, $U(r,t)$-maydonning ta’sir funksiyasidir [1].

$\varphi(r,t)$ va m- massa ma’lum bo‘lganda kvant mexanikasi qoidalari yordamida zarracha xarakatining boshqa parametrlarini ham topish mumkin. Masalan, bo‘shliqdagi elektromagnit maydonining asosiy tenglamalaridan-Maksvell tenglamalaridan elektr yoki magnit maydon kuchlanganligining istalgan komponenti uchun quyidagi ikkinchi tartibli tenglamani olish mumkin.

$$\frac{\partial^2U}{\partial x^2}+\frac{\partial^2U}{\partial y^2}+\frac{\partial^2U}{\partial z^2}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2U}{\partial t^2} \quad (4)$$

bunda U- elektr yoki magnit maydonning istalgan komponenti. (4) tenglama elektrodinamika bo‘yicha qo‘llanmalarda isbotlanishicha bo‘shliqda c-tezlik bilan tarqaluvchi elektromagnit to‘lqinlarini ifodalaydi.

Bizni qiziqtirgan masalaning mohiyatini ochish uchun de-Broyl yassi to‘lqinlari formulasidan foydalanamiz, ya’ni

$$U=Ae^{i2\pi\left(xk_x+yk_y+zk_z-\nu\nu_t\right)} \quad (5)$$

haqiqatan ham (5)-ifodani barcha koordinatalar va vaqt t- bo‘yicha ikkinchi tartibli hosilalarini olib (4)- tenglamaga qo‘ysak, ba’zi qisqartirishlardan so‘ng $\frac{\nu^2}{c^2}=k_x^2+k_y^2+k_z^2$ kabi munosabat hosil bo‘ladi. ν- chastotani to‘lqin vektori kompanentalari bilan bog‘lovchi bu muhim munosabat to‘lqin tabiati uchun juda xarakterlidir. Uni ba’zi hollarda dispersiya qonuni xam deyiladi.

(4)-ni chap tomoni $\Delta U=\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$ bo‘lib, u Laplass operatoridir. Demak, to‘lqin tenglamani quyidagi ko‘rinishda yozish mumkin

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}=\Delta U \cdot$$

Endi de-Broyl yassi to‘lqinlarining chastotasi bilan to‘lqin vektorining tashkil etuvchilari orasidagi munosabatni topamiz. Shu maqsadda, dastavval energiya va impuls orasidagi

$$\frac{EY}{c^2}=m_0c^2+p^2=m_0c^2+\left(p_x^2+p_y^2+p_z^2\right) \qquad (6)$$

relyativistik munosabatdan foydalanib, zarrachalarning umumiy holi uchun v va k orasidagi munosabatni aniqlaymiz. (6) tenglamaga $E=hv$, $P_x=hk_x$, $P_y=hk_y$, $P_z=hk_z$ qiymatlarni qo‘yib quyidagini hosil qilamiz.

$$\frac{v^2}{c^2}=\frac{m_0c^2}{h^2}+\left(k_x^2+k_y^2+k_z^2\right) \qquad (7)$$

Quyidagi $\frac{m_0c^2}{h^2}=v_0$ belgilashni kiritib, (7) - ni

$$\frac{v^2}{c^2}=\frac{v_0^2}{c^2}+\left(k_x^2+k_y^2+k_z^2\right) \qquad (8)$$

ko‘rinishga keltiramiz. Bu esa izlangan relyativistik munosabatdir. Tinch holatda massasi nolga teng bo‘lgan zarrachalar uchun (8) – tenglikdagi $v_0=0$ bo‘ladi. Shu sababli, (8) ushbu ko‘rinishga ega bo‘ladi.

$$\frac{v^2}{c^2}=k_x^2+k_y^2+k_z^2. \qquad (9)$$

Bu esa elektromagnit to‘lkinlari uchun ya’ni fotonlar okimi deb qaraluvchi to‘lqinlar uchun to‘lqin tenglamasidan kelib chiqadigan ma’lum munosabatdir. Ikkinchi tomondan (9) de-Broyl to‘lqinlarining norelyativistik yaqinlashishdagi dispersiya qonunidir. Bunda $v=\frac{mc^2}{h}$ [3].

Bu shartlar ma’lum bo‘lgandan keyin (5) - de-Broyl yassi to‘lqinlar funksiyasidan t vaqt bo‘yicha bir marta va koordinatalar bo‘yicha ikki martadan hosila olib quyidagilarni yozish mumkin.

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}=-2\pi i v\varphi,\ \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}=(2\pi i)^2k_x^2\varphi,\ \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}=(2\pi i)^2k_y^2\varphi,$$

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}=(2\pi i)^2k_z^2\varphi$$

bulardan v, k_x, k_y, k_z larni topib, (9) ga qo‘yamiz

$$\frac{-h}{2\pi i}\frac{\partial\varphi}{\partial t}=\frac{1}{2m}\cdot\left(\frac{h}{2\pi i}\right)^2\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}\right) \text{ yoki } \frac{-h}{2\pi i}\frac{\partial\varphi}{\partial t}=\frac{-h^2}{8\pi^2 m}\Delta\varphi. \qquad (10)$$

Bu yerda bizni faqat turg‘un monoxromatik to‘lqinlarga mos keladigan yechimlarigina qiziqtiradi. Bunday to‘lqinlar uchun yechimni biri faqat koordinatalar funksiyasi, ikkinchisi esa, faqat t-ning funksiyasi bulgan ikki funksiya kupaytmasi shaklida tasvirlash mumkin. Bunda vaqtga bog‘liqlik $e^{-i2\pi\nu t}=e^{-i\frac{2\pi}{h}Et}$ ko‘paytuvchi orqali ifodalanadi. Shu sababli, yechimning ko‘rinishi quyidagicha bo‘ladi

$$\varphi(x,y,z,t)=\varphi_0(x,y,z)e^{-i\frac{2\pi}{h}Et}. \qquad (11)$$

Bunday yechimlar uchun (10) ni chap tomonini

$$\frac{-h}{2\pi i}\frac{\partial\varphi}{\partial t}=E\varphi \qquad (12)$$

bilgan holda (11) ni (10) ga qo‘yib, (12) ni e’tiborga olib vaqt ko‘paytuvchi $\left(e^{-i\frac{2\pi}{h}Et}\right)$ ga qisqartirib, hadlarini o‘rnini almashtirib, quyidagini topamiz.

$$\Delta\varphi_0+\frac{8\pi^2 m}{h^2}E\varphi_0=0 \qquad (13)$$

(13) tenglama erkin zarrachaning harakat tenglamasidir.

(13) tenglamani potensial energiya bilan harakatlanuvchi kuch maydonida harakatlanayotgan zarracha uchun umumlashtiradigan bo‘lsak, maydonda zarrachaning to‘la energiyasi $E=T+U$ ga teng, erkin zarracha holida esa, to‘la energiya kinetik energiyaga teng $E=T$ bo‘ladi. Shu sababli, (13) tenglikka to‘liq energiya $E-U=T$ ning qiymatini qo‘yib tenglamani hosil qilamiz

$$\Delta\varphi_0+\frac{8\pi^2 m}{h^2}(E-U)\varphi_0=0 \qquad (14)$$

(14) tenglama potensial maydondagi zarracha harakati ifodalovchi Shryodinger tenglamasi bo‘lib, u kvant mexanikasining asosiy tenglamasi deb nomlanadi.

Misol tariqasida ikki nuqta bilan chegaralangan potensial (to‘siq) baryerda zaryadlangan zarrachalar xarakatini qaraymiz. Biz qaraydigan masalaning shartlari quyidagicha: Zarracha maydonda (maydonni uch sohaga ajratamiz) chapdan o‘ngga Ox o‘qqa parallel yo‘nalishda harakat qiladi.

I - sohada, ya'ni $x \le 0$ bo'lganda potensial energiya $U = 0$, **II** - soxada $x \le 0 \le d$ bo'lganda $U = const \ne 0$, **III** - soxada $x > d$ bo'lganda $U = 0$.
Har bir soha uchun Shryodinger tenglamasini alohida-alohida yozamiz **I** va **III** soxalar uchun $(U = 0)$

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} E\varphi = 0,$$

II –soxada (U≠0) uchun

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2}(E - U)\varphi = 0.$$

Bu tenglamalarning yechimlari quyidagicha:

$$\varphi_{I,III} = e^{\pm ik_1 x}, \quad \left(k_1 = \frac{2\pi}{h}\sqrt{2mE} = \frac{2\pi}{\lambda}\right)$$

$$\varphi_{II} = e^{\pm ik_2 x}, \quad \left(k_2 = \frac{2\pi}{h}\sqrt{2m(E - U)}\right)$$

Tekshirilayotgan holda potensial baryerning cheklanganligi uchun bunda har doim zarrachaning **II**-soxa ichidan o'tib **III**-soxaga chiqishi ma'lum ehtimolga ega bo'lishini kuzatishimiz mumkin. Hatto tushayotgan zarrachaning to'la energiyasi uning **II**-sohadagi potensial energiyasidan kichik bo'lsa ham bu ehtimol chekli kattalikka ega, chunki zarracha bu holda **III**-sohaga **I**-sohada qanday energiyaga ega bo'lsa shu energiyasi bilan chiqadi.

Zarrachaning potensial baryerdan o'tish va qaytish masalasidan farqli ravishda, bu yerda qaytish **I** va **II** soxalar chegarasida xam **II** va **III** sohalar chegarasida xam o'rinli bo'ladi hamda bularga muvofiq holda yechimlar quyidagilardir

$$\varphi_I = e^{ik_1 x} + b_1 e^{-ik_1 x},$$

$$\varphi_{II} = a_2 e^{ik_2 x} + b_2 e^{-ik_2 x},$$

$$\varphi_{III} = a_3 e^{ik_1 x}$$

bu yerda avval ta'kidlaganidek $a_1 = 1$ deb olingan.

R- zarrachaning baryerdan qaytishi ehtimoli, D- esa baryerdan o'tish ehtimolidir. Ularning son qiymatini topish uchun φ funksiyani va uning birinchi tartibli hosilasini sohaning chegaraviy nuqtalarida uzluksizligidan foydalanib aniqlaymiz.

$$(\varphi_I)_{x=0} = (\varphi_{II})_{x=0}, \quad \left(\frac{d\varphi_I}{dx}\right)_{x=0} = \left(\frac{\varphi_{II}}{dx}\right)_{x=0}$$

$$(\varphi_{II})_{x=d} = (\varphi_{III})_{x=d}, \quad \left(\frac{d\varphi_{II}}{dx}\right)_{x=d} = \left(\frac{d\varphi_{III}}{dx}\right)_{x=d}$$

shartlar quyidagicha tenglamalarni beradi:

$$1 + b_1 = a_2 + b_2,$$
$$k_1 + k_1 b_1 = k_2 a_2 - k_2 b_2,$$
$$a_2 e^{ik_2 d} + b_2 e^{-ik_2 d} = a_3 e^{ik_1 d},$$
$$a_2 e^{ik_2 d} - b_2 e^{-ik_2 d} = a_3 \frac{k_1}{k_2} e^{ik_1 d},$$

Tenglamalar sistemasini yechib, $k_1$va $k_2$larni topamiz. Keyin esa R va D kattaliklarni son qiymatini aniqlaymiz.

$$R = \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}\right)^2 = ?, \quad D = \frac{4k_1 k_2}{(k_1 + k_2)} = ?$$

XULOSA

Shunday kilib zarrachaning **II** va **III** soha chegaralarida qaytish yoki o‘tish ehtimollarini son qiymatlarini topib olishimiz mumkin.

REFERENCES

1. В.А.Котельников, Модельная нерелятивистская квантовая механика. Размышления.- М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 72 с. - ISBN 978-5-9221-0957-4.
2. В.И.Смирнова, Курс высшей математики. Том II, Гос тех издать, 2008. - 844 с. - ISBN 978-5-94157-910-5.
3. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика: учебное пособие для вузов: в 10 т. Т. 3. Квантовая механика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц - Изд. 5-е, стереотип. - М.: ФИЗМАТЛИ, 2002. – 803 с.
4. Нелипа Н.Ф., Физика элементарных частиц. 1977, изд-во: Высшая школа, город: М., стр. : 608 с.
5. Савельев, И.В. Основы теоретической физики: учебник для вузов: в 2 т. Т.2. Квантовая механика /И. В. Савельев. – Изд. 3-е, стереотип. – СПб.:Лань, 2005. – 430 с.
6. Блохинцев, Д.И. Основы квантовой механики./ Д.И. Блохинцев. - М.: Лань, 2004 – 672 с.