МОДЕЛИ ОПТИМИЗАЦИИ СОСТАВА ПРОМЫШЛЕННЫХ СМЕСЕЙ

Сарвиноз Фазлиддиновна Фахриддинова
Самаркандский институт экономики и сервиса
sarvinozfakhriddinova@gmail.com

АННОТАЦИЯ

В ряде производств (металлургической, пищевой, нефтеперерабатывающей отраслях промышленности) готовая продукция получается путем смешивания различных исходных компонентов (сырья), при этом качество готовой продукции должно соответствовать определенным требованиям при достижении максимального экономического эффекта. В этой статье проблема рационального использования сырья решена путем применения экономико-математических моделей оптимального составления смесей.

Ключевые слова: модель, оптимизация, рациональное использование, промышленные смеси, производственная мощность, объем производства, ресурсы предприятия, материальные ресурсы.

ВВЕДЕНИЕ

Как правило, исходные компоненты смеси взаимозаменяемы по содержанию качественных характеристик. При этом важно обеспечить соответствие готовой продукции по указанным качественным характеристикам необходимым требованиям, которые определяются стандартами и сертификатами.

Модель задачи позволяет найти такой набор компонентов смесей и их количественное соотношение, которое удовлетворяет заданным технологическим требованиям по качеству, а также требованиям принятого критерия (минимальной себестоимости или максимальной прибыли).

Задача смешивания может быть рассмотрена в натуральных единицах или в долях.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Рассмотрим задачу определения количества сырья, необходимого для получения смеси заданного объема.

На предприятии изготавливается бензин А-76, в котором содержание серы не более 0,3%, а октановое число должно быть не ниже 76.

Данные об используемых компонентах (видах сырья ─ нефтепродуктах) приведены в таблице 2.3. Требуется определить, сколько тонн каждого компонента нужно взять для получения 1000 т бензина А-76, чтобы при этом себестоимость бензина была минимальной.

Таблица 1

Показатель	Компоненты автомобильного бензина (нефтепродукты)			
	1	2	3	4
Октановое число	68	72	80	90
Содержание серы, %	0,35	0,35	0,3	0,2
Ресурсы, т	700	600	500	300
Себестоимость (ден.ед.)	40	45	60	90

Пусть x_1, x_2, x_3, x_4 – оптимальные количества соответствующих компонентов, входящих в состав готовой смеси.

Математическая модель задачи представлена в (2.62)÷(2.67):

целевая функция:

$F(x) = 40x_1 + 45x_2 + 60x_3 + 90x_4 \to \min;$ (2.62)

ограничение по октановому числу:

$68x_1 + 72x_2 + 80x_3 + 90x_4 \geq 76 \cdot 1000$; (2.63)

ограничение по содержанию серы:

$0{,}35x_1 + 0{,}35x_2 + 0{,}3x_3 + 0{,}2x_4 \leq 0{,}3 \cdot 1000$; (2.64)

ограничение по объему готовой продукции:

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1000$; (2.65)

ограничение по имеющимся ресурсам:

$x_1 \leq 700;\ x_2 \leq 600;\ x_3 \leq 500;\ x_4 \leq 300;$ (2.66)

условие неотрицательности переменных:

$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$ (2.67)

В общем виде задача формализуется следующим образом:

i –индекс качественной характеристики; имеет отношение к исходным видам сырья, материалов и к готовой продукции ($i = \overline{1, m}$);

j - индекс исходных компонентов смеси ($j = \overline{1, n}$);

A_j –имеющийся объем j -ой компоненты (сырья);

a_{ij} - содержание i -той качественной характеристики в единице j -го исходного компонента;

b_i - содержание i -той качественной характеристики в единице готовой смеси; для k качественных характеристик, ухудшающих качество продукции, задается верхняя граница содержания той или иной качественной характеристики, а для $(m-k)$ качественных характеристик, улучшающих качество продукции, задается нижняя граница содержания той или иной качественной характеристики;

B_j –имеющийся ресурс j -ой компоненты;

$ц_j$ - цена единицы j - ой исходной компоненты (включая расходы на переработку);

x_j - количество j - ой исходной компоненты, которое входит в готовую смесь.

A –общее количество готовой продукции, которое следует изготовить по плану.

Формализованная модель задачи оптимизации состава требуемого объема смеси представлена в (2.68) - (2.72)

Целевая функция:

$$F(x)=\sum_{j=1}^{n} ц_j \cdot x_j \to \min; \quad (2.68)$$

ограничения, ухудшающие качества:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_j \le b_i \cdot A; \qquad i=\overline{1,k}; \quad (2.69)$$

ограничения, улучшающие качества:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_j \ge b_i \cdot A; \qquad i=\overline{k+1,m}; \quad (2.70)$$

ограничение по плану производства продукции:

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = A; \quad (2.71)$$

ограничение по ресурсам:

$x_j \le B_j; \quad j=\overline{1,n}; \quad x_j \ge 0.$ (2.72)

Вторая разновидность смесевых задач касается оптимизации структуры готовой продукции, безотносительно к объемам. Рассмотрим пример такой задачи

Пример : Пусть требуется изготовить некоторую единицу объема сплава, содержащего не менее 4% никеля, не более 75% железа и 20% прочих веществ. Известна стоимость различных видов сырья и процентное содержание в них соответствующих элементов (табл. 2.4)

Таблица 2

Вещество	Содержание элементов для каждого вида сырья, %		
	1	2	3
Железо	40	30	25
Никель	40	60	45
Прочие	20	10	30
Стоимость единицы сырья (ден.ед.)	5	4	7

Определить оптимальную структуру сплава, при которой стоимость единицы сплава будет минимальной.

Математическая модель задачи:

$$F(x) = 5x_1 + 4x_2 + 7x_3 \to \min \quad (2.73)$$

$$\begin{cases} 0{,}4x_1 + 0{,}3x_2 + 0{,}25x_3 \le 0{,}75; & (2.74) \\ 0{,}4x_1 + 0{,}6x_2 + 0{,}45x_3 \ge 0{,}04; & (2.75) \\ 0{,}2x_1 + 0{,}1x_2 + 0{,}3x_3 = 0{,}2 & (2.76) \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1; & (2.77) \end{cases}$$

$$x_1, x_2, x_3 \ge 0. \quad (2.78)$$

Экономико-математическая модель этой задачи будет включать выражения:

целевая функция:

$$F(x) = \sum_{j=1}^{n} ч_j \times x_j \to \min; \quad (2.79)$$

ограничения на качество смеси:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_j \le b_i; \quad i = \overline{1,k}; \qquad (2.80)$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_j \ge b_i; \quad i = \overline{k+1,m}; \qquad (2.81)$$

ограничение по формированию структуры смеси:

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = 1. \quad (2.82)$$

неотрицательность переменных:

$$x_j \ge 0 \quad j = \overline{1,n}. \quad (2.83)$$

В данной задаче минимизируется стоимость единицы (кг, т и т.д.) смеси. Очевидно, что при любых объемах переработки сырья и выпуска готовой продукции, оптимальному плану будет соответствовать одна и та же структура смеси, т.е. соотношение в ней отдельных составных частей видов сырья.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Модели общего вида применяются при решении “задач о диете” – а именно задач составления оптимальных кормовых рационов, задач составления смесей минеральных удобрений, задач составления смесей нескольких химических веществ.

Более сложные модели задач смешивания составляются в тех случаях, когда в результате смешивания одних и тех же исходных компонентов могут быть получены различные виды готовой продукции. Тогда наряду с ограничениями по исходным компонентам задаются объемные ограничения по выпуску готовой продукции. Типичным примером таких моделей является модель смешивания нефтепродуктов. Рассмотрим пример постановки задачи смешивания нефтепродуктов.

Для получения готовых бензинов на установку поступают различные исходные компоненты (нефтепродукты). Оптимальный план позволяет определить, в каких количествах должны смешиваться различные исходные компоненты, чтобы различные сорта бензина (готовой продукции) выпускались в соответствии с планом и заданными по стандарту качественными характеристиками при обеспечении рентабельной работы установки.

Введем обозначения:

$i = \overline{1,m}$ - индекс качественной характеристики, применяется по отношению к исходным нефтепродуктам и к сортам бензина;

$j=\overline{1,n}$ - индекс исходного нефтепродукта;
k –индекс вида готового бензина, $k=\overline{1,K}$;
A_j - ограниченное количество j-го вида исходного нефтепродукта;
B_k – плановое задание по выпуску бензина k-го сорта,
h_{ij} – содержание i – той качественной характеристики в единице j – го исходного нефтепродукта;
H_{ik} – содержание i - той качественной характеристики в бензине k- го вида;
C_j – цена исходного j- го нефтепродукта;
$Ц_k$ –цена бензина k - го вида.
Требуется определить X_{jk} – количество j–го вида исходного нефтепродукта, направляемое на получение k- го вида бензина.
Модель задачи представлена в выражениях (2.84)÷(2.88):

$$Z_{\max}=\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{k}(Ц_k - c_j)\times x_{jk} \quad (2.84)$$

по объему ресурсов: $\sum_{k=1}^{K} x_{jk} \le A_j$ ($j=\overline{1,n}$), (2.85)

по выпуску продукции: $\sum_{j=1}^{n} x_{jk} \ge B_k$ ($k=\overline{1,K}$), (2.86)

по качественным характеристикам:

$$\sum_{j=1}^{n} h_{ij}\times x_{jk} \le\!\!/\!\!\ge H_{ik} \quad (i=\overline{1,m};\ k=\overline{1,K}) \quad (2.87)$$

$$x_{jk}\ge 0 \quad (j=\overline{1,n};\ k=\overline{1,K}). \quad (2.88)$$

Все сформулированные смесевые задачи решаются методами линейного программирования.

REFERENCES

1. Афанасьев М.Ю., Суворов Б.П. Исследование операций в экономике: учебное пособие. – М.: ИНФРА-М. 2003. – С. 32-69, 31-136.
2. Экономико-метематические методы и модели / Под ред. проф. А.В. Кузнецова. ─ Минск: БГЭУ, 2000. – С. 214-236.
3. Экономико-математические модели в антикризисном управлении. уч.пособие / Под ред. Р.С.Харитоновой. – Казань: Изд-во КГФЭИ, 2008.
– С. 45-66.